DISSERTATIO,

IN QUA, RATIONE MATHEMATICA ET PHYSICA, QUAERITUR DE MENSURA, CONSTRUCTIONE, ET MUNITIONE AGGERUM TERREORUM, AD LACUS, FLUVIOS ET MARE AB AGRIS HUMILIORIBUS ARCENDA.

DISSERTATIO,

IN QUA, RATIONE MATHEMATICA ET PHYSICA, QUAERITUR DE MENSURA, CONSTRUCTIONE, ET MUNITIONE AGGERUM TERREORUM, AD LACUS, FLUVIOS ET MARE AB AGRIS HUMILIORIBUS ARCENDA;

QUAM,

ANNUENTE SUMMO NUMINE,

EX AUCTORITATE RECTORIS MAGNIFICI

HENRICI GUILIELMI TYDEMAN,

JURISCONSULTI ET ANTECESSORIS,

NEC NON

AMPLISSIMI SENATUS ACADEMICI CONSENSU,

ET

NOBILISSIMAE FACULTATIS DISCIPLINARUM MATHEMATICARUM ET PHYSICARUM DECRETO,

PRO GRADU DOCTORATUS ET MAGISTERII,

SUMMISQUE IN MATHESI ET PHILOSOPHIA NATURALI HONORIBUS AC PRIVILEGIIS,

IN ACADEMIA LUGDUNO BATAVA,

RITE ET LEGITIME CONSEQUENDIS,

PUBLICO AC SOLENNI EXAMINI SUBMITTIT,

GIDEON JANUS VERDAM,

MYDRECHTO-BATAVUS.

Ad diem 1 *Octobris* MDCCCXXV. *Horâ* XI—XII.

IN AUDITORIO MAJORI.

LUGDUNI BATAVORUM,

APUD H. W. HAZENBERG, JUNIOREM.

MDCCCXXV.

. . . ., aggeribus ruptis cum spumeus amnis
Exiit, oppositasque evicit gurgite moles,
Fertur in arva, furens cumulo, camposque per omnes
Cum stabulis armenta trahit.

VIRG. *Aen.* II. 496—500.

P R A E F A T I O.

Quibus quidem de causis in hanc materiem, de aggeribus terreis recte construendis et muniendis, *inciderim*, *cum*, *spatio Academico decurso*, *meorum studiorum specimen quoddam lex postularet*, *Lecturum praemonere inutile duco. Quae porro pertinent ad rationem*, *quam in ea pertractanda secutus sim*, *haec satis*, *ut opinor*, *in Exordio declarantur*, *et fusius etiam singula singulis capitibus praeponuntur.*

Sublimioris Matheseos specimina, *subtiliter composita*, *in hac disputatione non offenduntur; haec enim*, *ubi adhiberi possent*, *quae quidem viribus meis non essent superiora*, *de industria evitavi*, *quoniam pleraque simpliciori et faciliori ratione inveniri poterant*, *et quae a claris scriptoribus altius sunt petita*, *ea ad usum minus erant accommodata; quod autem Matheseos ope accurate determinari non poterat*, *id experientia mihi suppeditavit*, *cujus auxilium hac in re multum valuit. Ad haec*, *praeter auctores optimos*, *adii viros*, *rei hydraulicae peritissimos*, *usuque doctissimos*, *in quibus Doct.* C. BRUNINGS, Ii. *hic palam*, *pro egregiis consiliis et monitis grati animi testimonia significo.*

Erat omnium rerum dilucida conscriptio mihi difficillima, *propterea quod latina oratione id fieri debere lex praescriberet*, *eamque ego non ita callerem*, *ut de quacunque re*, *verbis idoneis et sententiis*, *perspicue dicerem. Imprimis autem hanc difficultatem nostra attulit materies; multa enim erant describenda nova*, *Latinis incognita*, *aut talia*, *de quibus non scripserunt*, *vel sparsim litteris mandarunt. Bonam vero latinitatem hac in re sequi*, *cum*, *ut vellem*, *ita non possem*, *viros doctos consulere constituebam; mihique feliciter contigit*, *ut*

V.

V. V. C. C. SPEYERT VAN DER EYK *et* HOFMANN PEERLKAMP, *nactus fuerim monitores et adjutores, qui quidem tales se praestiterunt, ut, quoties eorum consilium rogarem, toties, quid fieri oporteret, libenter indicarent, et humanissime praeciperent. Quodsi gratias agere pro tali re satis existimetur, tamen verba mihi deficiunt, quibus gratum animum, ut par est, explicem.*

Denique adhortatur me pietas, ut, quid debeam iis praeceptoribus, qui meorum studiorum in hac Academia cursum rexerunt, gratus tester. Cum itaque studio Matheseos et Philosophiae Naturae, per quadriennium fere, in hac Illustri Academia, operam tribuissem, eorum hic imprimis memor sum Virorum Clarissimorum, qui eas disciplinas profitentur. Enimvero si quidquid, quantulumcunque sit, in hisce studiis profecerim, hoc sane magnam partem ex eorum egregiis institutionibus et praeceptis emanavit. Hi igitur, optime de me meriti, gratias accipiant vel maximas, et pro monitis praeceptisque lectissimis, et pro humanitate, consuetudine, immo familiaritate, quibus me aliquando usum fuisse, semper erit jucundissima recordatio. Hic autem, quid Viro Clarissimo DE GELDER, *Promotori aestumatissimo, debeam, nisi palam profiterer, ingratus sim: Illo enim praeceptore et monitore quotidie fere uti, per septem annos mihi contigit; ejus numquam defuit auxilium, quacunque in re indigerem, quin etiam, ubi in hoc specimine conscribendo consilio opus erat, lubentissime adjuvaret; numquam eum erga me inveni non liberalissimum, ita saepe ut, praeceptorem offenderem an vero amicum, dubitarem. Tanti viri memoriam semper gratus conservabo, eumque colere et maximi facere numquam desinam.*

DISSERTATIO,

IN QUA, RATIONE MATHEMATICA ET PHYSICA, QUAERITUR DE MENSURA, CONSTRUCTIONE, ET MUNITIONE AGGERUM TERREORUM, AD LACUS, FLUVIOS ET MARE AB AGRIS HUMILIORIBUS ARCENDA.

EXORDIUM.

Quicunque situm patriae nostrae in parte septentrionali consideret, facile nobis concedet, nullam adhuc inveniri regionem, quae magis exposita sit violentiae aquarum, et minus ipsa in se habeat praesidii, quo ab ista violentia defendatur. Nam a septentrione et ab occidente terminatur oceano. Ora quidem occidentalis pleraque est terra continens, sed ubi ad meridiem vergit, varias habet insulas, angusto mari tam a se invicem separatas, quam a continenti divisas. Septentrionem versus terra continens magnum oceani sinum complectitur: hunc sinum aliarum insularum series, quae continentem ab occidenti versus septentrionem cingunt, ab oceano sejungit, et novum quasi mare efficit. Porro ipsam continentem terram, in variis tractibus, secant magni et celeres fluvii, multi lacus, plures fossae, praecipue in locis interioribus; quae aquae, nisi multo sumtu et arte prohibeantur, metus est, ne et ipsae inter sese, et cum oceano confundantur, totique regioni magno sint periculo.

Solum autem si spectemus, hoc ut plurimum est planum, sed, nisi aequore depressius, at certe multis in locis vix altius; hic lenta et diversa acclivitate e mari surgens, illic subita declivitate descendens, usque quo solo ambiente multo sit humilius. Adde ipsius soli diversissimam naturam, argillosam, arenosam, caespitosam, tenaciorem, mobilem, mollem et levissimam; cujus materiae genera, cum plerisque in locis non integra, sed tenuibus lamellis inter se commixta reperiantur, aquae transitum interdum vix impediunt, itaque solum reddunt magis instabile.

Haec igitur patriae nostrae pars aquis undique fere patet, ab iisque, ubi Natura non fecerit, hominum arte defendi debet. Quid enim si mare, turbidis

ventis agitatum, vastos fluctus volvens, leve solum quatiat; aut fluvii, super ripas effusi, magnam aquae copiam passim relinquant, quam secum non ferunt in suos iterum alveos reversi? Contra talem diluviem Natura raris tantummodo collibus arenosis patriam munivit; plurimum vero soli ita tradidit incolis, ut ipsi caverent, ne aquis submergerentur; quod quantum sit negotium, et ex ingenio locorum et diutina experientia abunde patet.

Nos igitur, ubi aqua intrare possit aut nocere, impedire debemus, quominus fiat; aqua igitur non modo est retinenda, sed ipsa quoque coercenda, reprimenda, refrenanda.

Solent Batavi, ut huic negotio occurrant, magna apponere corpora, solida illa quidem et firma, et aquâ graviora, sed e materia, varie tenaci, molli interdum, compacta, e terra scilicet, quam ipsum solum unicam materiam idoneam offert, sufficiente copia. Quae cum ita sint, quis non intelligit, talia corpora resistentia, summo consilio, summaque arte esse conformanda, ut exspectationi nostrae satisfaciant: quod quomodo obtineatur, pro viribus explanare et declarare nobis proposuimus. Antequam vero rem ipsam aggrediamur, pauca de instituenda illius ratione videntur praemonenda.

Scribemus de *Aggeribus*; ita enim vocantur *corpora, quae, arte facta; aut aquam a solo depressiori praecludunt, aut ipsi in cursu terminos ponunt, aut denique ipsius impetum et magnam vim refringunt, ne hominum labores deleat, aut ipsis periculo sit.* Aggeres autem considerabimus e terrae quodam genere confectos, quod haec sit materia, ad ipsos comparandos usitatissima, forte et optima.

Ergo prius cognoscamus mensuram virium, quibus est resistendum, quam ipsam molem resistentem definiamus necesse est: quibus autem cognitis, cogitandum est, quomodo aggeres ipsis opportunissime opponantur, et qualis sit horum optima figura seu habitus. Primum ut efficiatur multo saepe opus est consilio. Re quidem vera optima illa est regula, qua agger eo construatur, quo ab aqua minima vi afficitur; sed locorum ratio est habenda, solum porro diligenter examinandum, impensa denique praeter modum non augenda: eaque omnia cum varia objiciant impedimenta, saepius fit, ut dicta regula observari non possit.

Designato autem aggeris loco, quoniam ipse firmus esse debet, ipse etiam firmo superstruatur fundamento oportet. Plerumque tamen solum per se non satis firmum est; arte igitur est corroborandum, eaque varia, pro diversa locorum conditione.

Denique aggeris moles, hujusque figura externa sunt describendae, inque eo

eo consideranda virium agentium quantitas, ipsiusque materiae resistentis qualitas. Nam quantum cujusque materiae ad resistendum opus sit, scire omnino oportet; nec quaecunque figura omni convenit aggeri.

Moles autem pro varia materia varie comparatur; sed etiamsi, quod ad molem et figuram, optimos aggeres construxerimus, maxima adhibenda est cura, ut illa ipsa corpora terrea, facile interdum destruenda, contra aquae vim et actionem haud intermissam, recte muniantur. In hoc igitur duo postulantur, alterum ut aggerum apto circumvallo, hujusque sufficiente mole, agros defendamus ab aqua; alterum ut idonea fabrica ipsos ita muniamus aggeres, qui subito non destruantur.

Ut igitur, quantum in nobis est, omnes rei partes ordine explicemus, et perspicue declaremus, primum consideremus, et, si fieri possit, calculo definiamus mensuram omnium virium et agentium et resistentium; quo facto, quanam figura, quantaque mole aggeri opus sit, ut aqua satis sustineatur aut coerceatur, ratione omnino habita ipsius materiae conditionis; verbo autem dicamus de aggerum regione, utpote quae maxime pendeat a locorum diversissima ratione et habitu, nec generaliter praescribatur; deinde videamus, quanam arte aggeres construantur ad solida firmaque corpora; qua in re soli conditio inprimis erit consideranda; aggeribus denique ad regionem tuendam positis, iterum ad aquae vim attendamus, ut reperiamus, quid efficiat in ipsos aggeres, itaque explicemus, qua tandem arte iste aquarum furor pro variis circumstantiis reprimatur.

Atque utinam nostra qualiscunque scriptio non levis esse judicetur, et communi utilitati inserviat. E Matheseos quidem uberrimo fonte ea tantum hauriemus, quae usu venire possunt; quando autem hic ipse non satis auxilii praebet, ipsam advocabimus experientiam, eaque duce rem indagare et explicare conabimur.

CAPUT PRIMUM.

DE VIRIUM AGENTIUM ET RESISTENTIUM MENSURA.

Agger aquae oppositus, eodem ubique modo ab aqua afficitur, quo illius situs idem est; quare ut ubique peraeque resistat, figura sit una necesse est. Figura, quam hic cogitamus, habetur, secando aggerem plano, in ipsum solum perpendiculari, estque illa figura, quae vulgo dicitur *sectio transversa*, (belg. *Doorsnede*, *Profil.*) Haec figura, cum per totam aggeris regionem una sit, satis erit in eandem unam inquirere, itaque invenire, tum quomodo ab aquae viribus afficiatur, tum quomodo propriis viribus resistat. Sic et aquae et agger sunt instar duorum virium systematum, sibi oppositorum, quorum ut definiamus aequilibrium, sequentia praecedant principia, e Mechanica desumta.

Sectio transversa OGC (*Fig.* 1.) afficiatur vi, in linea AB agente. Cohaereant autem sectionis particulae certa tenacitate, eademque tenacitas adsit inter solum OC et ipsam sectionem OGC. Aggere autem non satis valente, cum vi AB afficitur, ipse movebitur; moveri vero nequit, nisi absit cohaerentia; quare agger prius discindatur, quam cedat, necesse est. Hoc modis diversis fieri potest, prout diversis in punctis diversus est virium effectus. Sic aggere disrupto secundum lineam horizontalem Aa, pars aGA movebitur ab A ad a, sed facta ruptione inferiori bc, corpus OcbG, jam jam cohaerens cum fundo Oc, priusquam discindatur, sursum movebitur, et circa punctum O quasi rotabitur. Nam e Mechanica liquet, vim quamdam, ad corpus applicatam, ni corpus faciat aequilibrium, efficere motum, quo corpus progrediatur, si idem sit liberum nec ullo impedimento retineatur; contra eadem vi effici posse ut corpus impeditum rotetur circa punctum aut circa lineam.

Pendet aequilibrium absolutum et a mensura et a positione relativa virium; quare illarum directiones referamus ad duas lineas, seu axes perpendiculares OX et OZ, in plano figurae OGC ductos, ita ut alter axis OX horizonti sit parallelus. Ductis autem lineis AE, AF, quae axibus OX, OZ, sunt parallelae, angulus BAE, inter AE et directionem AB interceptus, omnino definit po-

positionem lineae AB; ille si littera α significatur, facit angulum FAB $= 90° - \alpha$. Theoria compositionis et resolutionis virium nos docet, vim AB, (quam, quod ad valorem, facio Q,) posse resolvi in duas vires, secundum AE et AF directas, et valore aequales hisce quantitatibus:

$$AE = Q.Cos.\ EAB = Q\ Cos.\ \alpha,$$

$$AF = Q.Cos.\ FAB = Q.Cos.\ (90° - \alpha) = Q.Sin.\ \alpha.$$

Reliquas vires denotemus characteribus

$$Q,\ Q',\ Q'',\ Q''',\ \text{caet.};$$

angulos, inter earum directiones et lineam OX interceptos, litteris

$$\alpha,\ \alpha',\ \alpha'',\ \alpha''',\ \text{caet.};$$

quo facto, sequitur, hasce vires eodem modo singulas posse reduci ad duas vires, lineis OX, OZ, parallelas, nimirum ad vires:

$Q.Cos.\alpha$, $Q'.Cos.\alpha'$, $Q''.Cos.\alpha''$, caet.; $Q.Sin.\ \alpha$, $Q'\,Sin.\alpha'$, $Q''.Sin.\ \alpha''$, caet.

Quominus igitur corpus moveatur ab X versus O, oportet ut vires horizontales, aut mutuo faciant aequilibrium, aut a parte corporis, quod quiescit, majori valore resistant; ergo (ut ad primum tantummodo attendamus,) si vires Q, Q', Q'' in corpus agant, ipsum autem propriis viribus Q''', Q^{v}, resistat, adest aequilibrium, cum

$$Q.Cos.\ \alpha + Q'.Cos.\ \alpha' + Q''.Cos.\ \alpha'' = Q'''.Cos.\ \alpha''' + Q^{v}.Cos.\ \alpha^{v};$$

id autem, nulla ratione habita positionis positivae aut negativae, exhibetur hac generaliori aequatione:

$$Q.Cos.\alpha + Q'.Cos.\alpha' + Q''.Cos.\alpha'' + Q'''.Cos.\alpha''' + Q^{v}.Cos.\alpha^{v} = 0 \ldots (a)$$

Vires verticaliter agentes $Q.Sin.\alpha$, caet., similem motum efficere non possunt; obstat enim solum OC; sed, ductis AH et AI, ad lineas OX et OZ perpendicularibus, vis AE, si corpus sustollere conatur, valet AE $\times$ AH $= Q.Cos.\ \alpha.$ AH; itemque vis verticalis AF, quae deorsum premit, hunc effectum impedire conatur intensitate AF $\times$ AI $= Q.Sin.\alpha.$ AI. Eadem autem mensura pro reliquis viribus determinata, sequuntur mensurae, sive, ut vocant, *momenta* virium, quae tum corpus sustollere, cum deprimere conantur, indeque facile est intellectu, si omnes similes lineae AH designentur characteribus y, y', y'' caet., itemque lineae AI, litteris x, x', x'' caet., corpus immotum manere, si vires omnes ita sint dispositae, ut satisfaciant conditioni:

$$(x.Q.Sin.\alpha - y.Q.Cos.\alpha) + (x'.Q'\,Sin.\alpha' - y'.Q'\,Cos.\alpha') + \text{caet.} = 0 \ldots (b)$$

Aequilibrium est aut stabile aut instabile; primum quomodo consequamur, si viribus quibusdam firmiter sit resistendum, in praesenti non definimus, sed tum omnino determinare studebimus, cum in ipsos aggeres inquirimus.

Ut igitur aequilibrii conditiones (a) et (b) applicentur, vires determinemus opor-

oportet, quibus agger afficitur, easque quibus hic resistit: idque quo facilius cognosci possit, sequenti ordine sumus absoluturi.

A. DE VIRIBUS QUIBUS EST RESISTENDUM AGGERE.

§. 1. *De pressione aquae stagnantis.*

Aquae illud est proprium, quod omne corpus, quoquo modo immersum, aut ipsi contiguum, tota suo premat pondere; ergo punctum quoddam P, (*Fig.* 2.), lineae obliquae AR, aequali premitur pondere, ab aqua superstante AFR, atque punctum quoddam C, lineae horizontalis QC, quoniam et punctum P, et horizontalis QC aequaliter ab aquae superficie distant. Pondus vero, quo premitur punctum P, aequalis est ponderi aquae particularum, linea PE contentarum; hoc igitur pondere punctum P, quacunque in directione premitur, itaque pondus, quo premitur verticaliter PE idem valet, atque aquae prementis pondus, in directione perpendiculari PB; nec differunt valores harum pressionum a valore pressionis in horizontali linea PC; hinc tota pressio horizontalis in lineam obliquam AR, non differt a pressione contra lineam verticalem AI aut FR, aut contra curvam ADR. Cum vero forma curva ADR postea usu non veniat, hanc mittimus, ipsamque sectionis OGR partem, aquae contiguam, facimus rectam, sed in genere declivem. Quodcunque punctum lineae verticalis FR, cum prematur pondere partium superincumbentium, premitur punctum R pondere omnium partium F...R; ducta igitur horizontali RS = RF, erit RS mensura pressionis horizontalis in punctum R; hoc cum peraeque de reliquis punctis valeat, aequat tota haec pressio in verticalem RF, pondus aquae, triangulo rectangulo isoscelo FRS contentae; quare, facta AI = FR = a, ipsiusque aquae gravitate relativa unitati aequali, id est = 1, proponitur pressionis mensura per aream trianguli FRS = $\frac{1}{2} a^2$; eaque, ut monuimus,

mus, est etiam mensura pressionis contra obliquam AR. Quodcunque lineae AR punctum premitur verticaliter pondere aquae superstantis; ergo summa omnium pressionum verticalium areae trianguli rectanguli AFR aequalis est; est autem, posito angulo ARO $= \phi$, AF = FR. *Tang.* FRA $= a.$ *Tang.* $(90° - \phi) = a$ *Cot.* ϕ; idcirco area AFR = pressioni verticali $= \frac{1}{2}$ AF.FR $= \frac{1}{2} a^2 . Cot. \phi$.

Est punctum quoddam in linea FR, ea proprietate praeditum, ut, si totius horizontalis pressionis valor, tanquam vis, ad hoc punctum applicetur, pressio, ita ad lineam FR applicata, eadem sit, atque summa pressionum, quibus linea in diversis suis punctis afficitur; vocatur hoc punctum *centrum pressionis*, distatque, uti ex Hydrostatica liquet, ab horizonte unam partem tertiam lineae FR; quo circa linea LM, ipsi OX, ad partem tertiam lineae FR parallela, lineae obliquae AR determinat punctum H, ad quod totius horizontalis pressionis valorem, tanquam unicam vim applicare possumus: sed et idem punctum H erit *centrum pressionis* verticalis; nam, si AR sit recta linea, illud centrum esse positum in lineâ THK, unam partem tertiam lineae AF a verticali RF distanti, Hydrostatica docet; sed HK $= \frac{1}{3}$ RF, ergo KR $= \frac{1}{3}$ IR $= \frac{1}{3}$ AF. Facta igitur linea LQ' = OI $= x$, sequuntur ex hisce omnibus:

pressionis horizontalis valor $= \frac{1}{2} a^2$; . . . . ($\dot{a}$)
pressionis verticalis valor $= \frac{1}{2} a^2$ *Cot.* ϕ; . . . . (a)
momentum pressionis horizontalis $= \frac{1}{2} a^2 . \text{HK} = \frac{1}{6} a^3$;
momentum pressionis verticalis $= \frac{1}{2} a^2 . Cot. \phi . \text{LH} = \frac{1}{2} a^2 . Cot. \phi . (\text{LQ}' + \text{Q'H})$
$= \frac{1}{2} a^2 . Cot. \phi . (\text{LQ}' + \frac{2}{3} \text{IR}) = \frac{1}{2} a^2 . Cot. \phi \; (x + \frac{2}{3} a \; Cot. \phi)$;
effectus utriusque pressionis $= \frac{1}{2} a^2 . Cot. \phi \; (x + \frac{2}{3} a . Cot. \phi) - \frac{1}{6} a^3$ . . . . (b).

Conveniunt autem pressionum valores, eorumque effectus conjunctus, cum formulis Q. *Cos.* α, Q. *Sin.* α, Q. (x. *Sin.* $\alpha - y$. *Cos.* α.), supra praepositis.

§. 2. *De percussione aquae currentis sive fluentis* (1).

Fingamus aggerem (*Fig.* 3.), aquae currenti oblique oppositum; aquae superficiem horizonti cogitemus parallelam, quod pro loco haud amplo ita fere est;

(1) Hujus percussionis mensura accurata haud definiri posse videtur, eaque ipsa, qua vulgo utimur, vix est probata; itaque breviter rationes reddere constitui, ob quas, tam difficili in re, viam secuturus sim nondum satis exploratam: quare de fluidorum percussione quaedam fusius explicare, hic non alienum est.

Fluidorum percussionis Theoria praecipuum Hydrodynamices est Caput, sed nemini vel sagacissimo et doctrinae copia

est; atque, ut percussionis effectum accuratius inveniamus, consideremus illam pro minima sectionis OGC particula, (quam notabimus per Δs, dum tota

pia ornatissimo, unquam contigit, talem rei explanationem praebere, quae naturae satis conveniret, ideoque digna esset, cui fidem haberemus.

Neque igitur NEWTONIS neque BERNOUILLIORUM, neque recentiorum tum Italorum, tum Gallorum, in Hydrodynamica praestantium virorum, sententiae, hac de re latae, nec experimenta, ideo instituta, viam certam nobis praebent, sed in dubium quodammodo reliquunt, qua ingrediamur, cum in plerisque facile erretur.

Illi autem fere omnes, Theoriam percussionis fluidorum eo fundamento superstruxerunt, quod aquam, ex multis moleculis exilibus constantem cogitarent, ita ut, dum aqua movetur, ipsae particulae seorsum agant, et, corpusculorum solidorum instar, obstaculum quoddam oppositum feriant; sed hoc naturae minime convenit; particulae enim, etiamsi minima tenacitate cohaerent, minimaque vi adhibita cedunt, tamen ita a se invicem sejunctae non sunt, ut totius massae aquae percutientis effectus habeatur ex summa effectuum omnium particularum; intercedit vero inter fluidorum moleculas quaedam tenacitas, sive, ut vocant, viscositas, quae causa est, cur eorum effectus in percussione accuratam fugiant mensuram. Namque si hujus tenacitatis mensura cognita fuisset, theoria motus fluidorum tam imperfecta non esset, et certius de velocitate et resistentia massae fluidae existimaretur; quae autem cum parum constent, quid miremur, nos, et hac in re, incerto judicare?

Prima tentamina, de fluidorum motus lege, fructu quodam, a viris peritissimis instituta, facta sunt ope vasorum, prismatis aut cylindri formam habentium, e quibus aqua quodammodo effluebat. Ipsas leges, quibus velocitatem talis fluidi effluentis, ejusdemque copiam, quae tempore definito effluxerat, a priori definierant, experimentis satis comprobatas videbant; ergo sic etiam de percussione fluidorum, eodem adhibito apparatu, judicare se posse, jure videbantur existimare; neque illa res prorsus eos fefellit; cum enim judicassent, percussiones duarum venarum fluidi, diversa velocitate effluentium, in superficies aequales, fore inter se *in ratione duplicata velocitatum*, haud ita multum ab hac Theoria differebant experimenta, dummodo certa ratione planum percutiendum venae fluidi offerrent. Nam aqua, e vasi effluens, a partibus lateralibus aëri, neque fluido ejusdem naturae erat contigua, ideoque ab hac parte in motu vix impediebatur; accedebat, quod particulae, posteaquam planum oblatum percusserant, viam inveniebant apertam, qua a plano decederent, et sequentibus particulis, libere movendi locum darent; sed non semper haec valebant, cum alia esset observationis summa, si aliter dirigeretur vena fluidi, sive horizontaliter, sive oblique, sive verticaliter, et si magis minusve distaret planum percutiendum ab illo puncto, quo vena talis maxime erat contracta.

Cum igitur in eodem experimento theoria posita parvis limitibus cluderetur, temere visum est, e venae fluidi percussionis quantitate contra planum, definito modo positum, aestimare quantitatem percussionis aquae, in amplo canali motae, ideoque, non ut vena aquae, definite et libere, sed ut indefinita congeries particularum, sibi invicem in motu aliquantum obstantium, impellentis.

Huic difficultati ut occurreretur, Viri Illustrissimi BOSSUT, D'ALEMBERT et CONDORCET, egregia instituerunt experimenta, cum naviculis, in canali artificioso, notis velocitatibus, motis; eaque docuerunt: *impulsum perpendicularem aquae in corpora similia, esse in ratione, composita ex areis superficierum impulsarum et quadratis velocitatum:* idque etiam Cl. DU BUAT, e suis experimentis, eodem consilio institutis, collegit. Quamquam igitur objicitur, ea experimenta, tanta mensura non esse facta, ut ex iis, sine ullo errore, aestimaremus quantitatem percussionis, cujuscunque fluidi indefiniti, tamen, quia observationi quam proxime accedant, licet etiam, ut in hoc negotio verum habeamus, quod vero maxime est simile; eoque magis, quoniam illa ratio *quadratorum velocitatum*, majores semper praebet summas, quam ipsa experientia, ideoque, ubi percussioni est resistendum, nullos inducit in errores, qui detrimento esse possunt. Quare et nullam fidem habere possumus alteri hypothesi, de percussionis mensura a Cel. DON JUAN positae, qui eam simplici velocitati fecit proportionalem, nullis autem experimentis satis vidit comprobatam.

Cum tot tantisque difficultatibus de mensura percussionis rectae aliquid erat inventum, quod vero convenire apparebat, restabat ut idem de obliqua percussione, qua fluidum angulo quodam obliquo in obstaculum impellitur, efficeretur, sed, ut prius diversissimae fuerunt opiniones de hac mensura, sic, posteaquam experimenta sunt facta, nulla in re ipsa experientia tot effecit diversas sententias.

Nam, ut vis quaedam AB (*Fig.* 1.) resolvatur in aliam vim EB, diminuendo AB in ratione *sinus* anguli BAE, sic

-ta linea AR sit s,) et pro minimo temporis t spatio Δt. Quare, fluvio currente, velocitate v, punctum quoddam Δs plani, aquae cursui omnino oppositi, feritur vi, cujus valor exhibetur hac formula:

$$n . \Delta s . v^2 . \Delta t.$$

Nam ex iis, quae infra annotata sunt, apparet, nos, pro tempore minimo Δt, facere illam aquae percussionem ipsi $\Delta s . v^2 . \Delta t$ proportionalem; ergo valor absolutus obtinetur, si $\Delta s . v^2 . \Delta t$ quodammodo augetur; accuratam hujus incrementi, quantumcunque sit, quantitatem, notamus per n, eamque mox ipsa experientia definitam indicabimus; sic igitur, cum aquae gravitatem, tanquam omnium materiarum mensuram posuerimus, ideoque unitati aequalem, percussionis rectae valor est

$$n . \Delta s . v^2 . \Delta t.$$

Gravia, libere cadentia, velocitate tanto majori moventur, quanto majus fit spatium, inde a lapsus initio percursum, ita autem ut, dum velocitates increscant in ratione simplici, spatia augeantur in ratione duplicata; hinc intelligitur, si p notet spatium, quod cum a corpore sit percursum inde nata sit velocitas v, quam fluido currenti tribuimus, et si $2g$ significet velocitatem, primo temporis minuto secundo natam, esse $v^2 = 4gp$; quare ponamus licet:

$$n . \Delta s . v^2 . \Delta t = n . \Delta s . 4pg . \Delta t = n . 2p . \Delta s . 2g\Delta t;$$

sed $2g\Delta t$ est velocitas, tempore Δt generata; $2p . \Delta s$ proponit volumen prismatis

sic velocitas quaedam in directione AB aestimatur in altera directione EB, multiplicando illam cum *sinu* anguli BAE; hinc nonnulli crediderunt: percussionem obliquam inveniri ope percussionis rectae, si haec diminueretur in ratione *sinus* anguli incidentiae; ergo, cum illa percussio recta duplicatae velocitati proportionalis sit, haberi percussionem obliquam, componendo hanc velocitatem duplicatam cum quadrato *sinûs* anguli incidentiae. Alii autem existimarunt: percussionem rectam esse vim absolutam, quae igitur, si resolvatur in aliam vim, diminuatur in ratione *simplicis sinûs* anguli incidentiae necesse est; qua ratione obliqua percussio quadrato velocitatis, cum *sinu* anguli incidentiae composito, proportionalis est.

Experientia autem neutrae hypothesi favebat; ea enim praebuit valores, pro quocunque angulo incidentiae semper majores iis, quas prima hypothesis dabat, minores vero iis, ex altera hypothesi collectis, dummodo angulus incidentiae minor esset 66 gradibus; trans illum terminum experientiae summa praevalebat, et magis magisque ab hypothesis valore differebat.

Haec cum non succederent, alii, ex ipsis experimentis theorias, quas vocant empiricas, colligere conati sunt, sed haud magni fuit eorum opera, cum omnes istiusmodi theoriae eodem, quo priores, laborarent vitio; nunc enim experientiae conveniunt, nunc omnino ab ipsa discrepant.

Revera quidem, omnibus experimentis quippe nulla convenit theoria, haud ullis calculis fluidorum percussionem recte computare possumus; sed nos, quibus tam exactis mensuris in praesenti non opus est, unam alteramve theoriam, quae naturae maxime convenit, adhibere possumus sine magno errore: id enim ni fecerimus, omittimus, quod ab aliis est tractatum: quare, ut rei, quantum fieri possit, occurramus, secuturi sumus veterem illam theoriam, quia *percussio recta, ex velocitatis quadrato, atque ex area superficiei percussae, aestimatur*; percussio obliqua autem habetur, *componendo rectam percussionem cum simplici sinu anguli incidentiae*; vidimus enim, priorem hypothesin, si in errores ducat, nullo fere esse detrimento, alteram vero, etsi semper non valeat, tamen, ubi valeat, minime omnium a veritate differre, nostroque proposito esse idoneam.

tis, basi Δs, altitudine $2p$ gaudentis; $2p \cdot \Delta s$ proponit etiam massam aquae, eodem prismate contentae, (quia aquae densitatem $= 1$ fecimus;) ergo, dummodo tempus Δt cogitemus quam minimum, $2p \cdot \Delta s \cdot 2g \cdot \Delta t$ exhibet motus quantitatem massae $2p \cdot \Delta s$, tempore quam minimo, gravitatis actione natam; haec vero quantitas, quum ita non differat a pondere, sequitur: *percussionem aquae, velocitate quadam in planum Δs incurrentis, proportionalem esse ponderi aquae prismatis, cujus basis est ipsum planum percussum, altitudo autem aequalis duplae altitudini, quae aquae velocitati debetur.* Sic igitur percussio refertur ad ponderis actionem, id est ad pressionem (2).

Coefficiens n valet $\frac{5}{8}$, uti ex experimentis Cl. WOLTMANNI apparuit (3); quare, sub-

(2) Valet hoc pro tempore exiguo, verum pro tempore definito, quod Mathematice hac de re definitur, Physice non vidimus confirmatum, et magnum reperimus discrimen percussionem inter et pressionem. Pondus enim, corpus quoddam premens, paullatim dispertitur inter hujus partes, quae igitur facilius resistere possunt, quam si idem corpus minori etiam pondere percutitur; nam percussio, ob individuum actionis tempus, in illas tantummodo corporis particulas exseritur, quibus opposita est; ipsae igitur, si per se non satis valeant, cedant, aut percussionis vestigium accipiant, necesse est. Sic magnum pondus a corpore sustinetur, et, pondere sublato, nullum pressionis vestigium reperimus, quoniam omnes corporis particulae sua cohaerendi facultate resistere poterant; sed percussio haud ita magna conspicuum relinquit vestigium, quod illae particulae, percussioni oppositae, omnem vim passae sunt, a reliquis autem particulis, ob tempus individuum, juvari non potuerunt, ideoque, per se non valentes, cesserunt.

Corpus, grave pondus diu sustinens, eandem pressionem diutius etiam feret; contra ea, si levi percussione afficitur, percussio diutina efficiet id, quod primo, secundo, tertio aut sequenti tempore effici non potest, ideoque corpus, valida pressione non movendum, aut comprimendum, aut rumpendum, levi percussione movebitur tandem, comprimetur aut rumpetur.

Aqua, aggerem satis firmum premens, nil effecit, quo agger multum laeditur; eadem vero cum movetur et in aggerem impellitur, paullatim corrodit aggeris latera, magnas divellit partes, et tandem eum destruit. Hinc igitur apparet, quanta sit utriusque effectus differentia, et quanto in errore versemur, cum hunc ad illum referimus.

Quaerat autem quis, quare nos, qui tantum discrimen esse censemus, tamen unius effectus quantitatem alterius valore metiamur? Immo vero, inviti ingredimur hanc viam; sed talem percussionis aquae currentis mensuram haud novimus, qua illius effectum aliquantum determinaremus; postea autem apparebit, hancce virium mensuram, quam expendimus, quaque utimur, minime exhibere Naturae modum, nec eandem ad aggerum demensionem definiendam inservire posse.

(3) Omnes scriptores non conveniunt de prismatis altitudine: hi faciunt altitudinem simplicem in fluido indefinito, duplicem in fluido definito: illi semper duplam altitudinem ponunt. Videtur hoc pendere a diversa percussionis mensurae hypothesi. Summus LAGRANGE demonstravit, (*Mém. de Turin* 1784—1785) altitudinem esse debere duplam in fluido definito, aliam vero fieri in fluido indefinito; hanc ob causam usus sum generali coëfficienti n, quo experimentis determinato, omne de hac altitudine discrimen mittitur. Experimenta, quae a Cl. WOLTMANNO, omni qua par est diligentia, instituta sunt, docuerunt: valorem percussionis rectae inveniri ipsa formula $\frac{[illegible]}{4} \cdot \Delta s \cdot \frac{v^2}{4g}$, quae si cum nostra formula comparatur, apparet $n = \frac{5}{8}$. (Vid. WOLTMANNI *Beyträge zur Hydraulische Architectur* 2. B. z. 93.)

substituto $p = \frac{v^2}{4g}$, sequitur valor percussionis

$$= n.2p.\Delta s = \frac{5}{8}.2.p.\Delta s = \frac{5}{4}.\frac{v^2}{4g}.\Delta s.$$

Haec rectae percussionis mensura nostro casu locum non obtinet; fluidum enim oblique, ut monstrat linea BP (*Fig.* 3.), aggerem ferit; ergo tum in linea PD ad aggerem perpendiculari, tum in linea PI, aggeris directioni parallela, effectus hujus percussionis distribuitur; hinc, facto angulo BPI $= \alpha'$, erit:

$$\text{percussio recta in aggerem} = \frac{5}{4}\Delta s.\frac{v^2}{4g}.Cos.\ \alpha';$$

$$\text{percussio aggeri parallela} = \frac{5}{4}\Delta s.\frac{v^2}{4g}.Sin.\ \alpha'.$$

Quae aggeri parallela est percussio, ab hac aggeris corpus non afficitur; aggeris latus tantummodo hac vi eroditur, si satis valeat, aut aggeris partes, percussione recta solutas, hac parallela percussione ultra detrahuntur; cum vero nullas nunc metiamur vires, praeter illas, quibus aggeris corpus valide afficitur, hanc vim mittimus; itaque sequitur, sectionis transversae latus AR, aqua currente aut fluente, premi vi horizontali, quae pro puncto quocunque valet

$$\frac{5}{4}.\Delta s.\frac{v^2}{4g}.Cos.\ \alpha'.$$

Habetur igitur tota pressio horizontalis contra latus AR, ex summa pressionum in omnia ejus puncta; facili computatione hanc summam fecerimus, si ipsas pro omnibus punctis velocitates cognitas habeamus, cum vero nulla lex certa adsit, qua, pro quacunque profunditate, velocitates adstrictae sunt, intelligitur vulgo, omnem fluidi moti sectionem eadem velocitate procedere, majori illa quam minima, minori quam maxima velocitate ejusdem sectionis fluvii, sed hasce extremas inter medium tenenti (4); sic igitur, movente aqua uniformiter, tota pressio hydrodynamica exprimitur per

$$\frac{5}{4}.\frac{v^2}{4g}.\text{AR}.Cos.\ \alpha' = \frac{5}{4}.\frac{v^2}{4g}.s.Cos.\ \alpha', \quad \ldots\ldots\ldots \quad (a).$$

dummodo v significet velocitatem mediam.

Hac

(4) Cum fluminum motus efficiatur ipsorum declivitate, opinati sunt olim Hydraulici, illum motum parere iisdem legibus, quibus motus corporis solidi super planum inclinatum paret; adhibita theoria aquae, e vasi effluentis, fingebant particularum motum, sepositis earum attritu et mutua tenacitate; motûs causam ponebant in alvei declivitate et in pondere aquae, superiores fluminis locos tenentis; itaque faciebant, *velocitatem cujusvis fluidi puncti, ex ratione subduplicata distantiae verticalis hujus puncti a fluminis origine;* nulla experimenta, in fluminibus facta, talem legem ferebant, omniaque conamina eorum, qui postea, diversa hypothesi, veram fluminum velocitatis

Hac velocitate, inde ab aquae superficie ad alveum usque eadem, omnes lineae AR particulae a fluido afficiuntur aequaliter; quam ob rem, si tota vis $\frac{5}{4}.\frac{v^2}{4g}s.Cos.\alpha'$ agat ad medium lineae AR punctum, haec tantum praestabit, quantum omnes vires $\frac{5}{4}.\frac{v^2}{4g}.Cos.\alpha'$, ad singula lineae AR $= s$ puncta applicatae; hinc demissa PQ perpendiculari in OX, sequitur *momentum* percussionis, seu pressionis hydrodynamicae

$$=\frac{5}{4}.\frac{v^2}{4g}s.Cos.\alpha'\times PQ;\text{ id est, ob } PQ=\tfrac{1}{2}AE=\tfrac{1}{2}a, =\frac{5}{8}.\frac{v^2}{4g}.a.s.Cos.\alpha'\,..\,(b)$$

Talibus igitur utimur valoribus, ad percussionis effectum aliquantum determinandum. In magnis fluminibus vires percutientes efficiuntur motu celeri rapidoque ipsius aquae; talis motus praecipue fit in fluminum partibus superioribus, cum vero in inferioribus partibus, mari vicinioribus, tantus non sit; sed ibi aqua, una cum maris fluxu et refluxu, intra certos limites perpetuo adscendit et descendit; nisi autem in ostiis, ubi aqua magis turbatur, hujus motûs effectum in aggerem, ad percussionem aquae currentis referre possumus, dummodo rationem habeamus altitudinis fluminis, in hoc percussionis genere manentis, in illo vero continuo mutantis.

Quod denique attinet ad valores absolutos velocitatum, hi, ut notum est, pro diversis locis et temporibus, diversisque causis, diversissimi sunt; attamen, si maximum quodlam velimus, raro non est, flumina superiora in nostrâ patria celeritate *unius metri et dimidii*, interdum *duorum metrorum* velocitate, uno temporis minuto secundo, moveri.

§. 5. *De Impulsu undarum.*

Hujus de mensura nescio quemadmodum exponam, quod nil inveni notatum,

tis legem constituere se posse judicarunt, prorsus erant irrita. Haec causa fuit, cur Nob. scientiarum societas Batava Harlemensis, anno praecedentis seculi octogesimo septimo, quaestionem proposuerit, *de Fluminum vera velocitatis lege constituenda, comparatis inter sese diversis cognitis theoriis*, caet. Clarus noster civis C. BRUNINGS, cui, dum in vivis erat, rei hydraulicae cura publice erat demandata, superior e certamine decedit; atque ex ejus excellenti Commentatione *de velocitate aquae currentis*, (*Verh. der Maatsch. van Haarlem* Tom. XXVI,) evidentissime apparuit: velocitatem in diversis fluminum punctis, varie ab alveo distantibus, nullae legi mathematicae obedire; immo omnia experimenta, quamvis diligentissime instituta, prorsus pugnare cum theoriis excogitatis; quare experimentis esse utendum, ubi velocitatis valore opus sit. Ideo ipse excogitavit novum *Tachometron*, in eadem Commentatione concinne descriptum, quo velocitatis valores, in diversis fluminum punctis, accuratissime possunt metiri.

tum, quo naturae hac in re modus fere exprimeretur; quae enim hujus impulsus olim adsumta fuit mensura, haec ita non videtur, quae verae, quantum fieri possit, conveniat. Nam undarum impetus ponderis pressione metitus est; sed, ut aquae currentis impulsum ad pressionem retulimus, ita omnino undarum concitatarum impetum pressioni adsimilare vix audemus, si quidem valida percussio hic imprimis cernitur; itaque magnum hujus percussionis effectum absque pressione aestimare constituimus (5). Libenter autem

(5) Undarum causa proxima ventus est. Hic flatu suo oblique in aquae superficiem impellens, aquam ipsam, minima ingruente vi cedentem, tollit; haec igitur, ubi adscenderit ad C (*Fig.* 4.), descendat utrimque ad F et G necesse est: inertia autem causa est, cur aqua sursum moveri perseveret, quoad undae FCG gravitas, et venti impulsus hunc motum superent. Ad hanc majorem vim unda cedit, et locum D petit, inferiorem illum aquae superficie AB, quoniam et ob undae pondus, et ob eandem inertiam, aqua descendit, usque quo tota vis, pondere aquae adjacentis, et venti in hanc pressione, compensetur; sic igitur unda CD depressa, aliae undae gD et fD nascuntur, idque, cum in omnibus aequoris punctis valeat, satis inde, ut opinor, motus undulatorius, plus minus vehemens pro virium agentium facultate, intelligitur.

Breviter nunc referamus quibus olim fundamentis undarum velocitatis et percussionis Theoria niteretur.

Finxit sibi summus NEWTONUS, undas progredi a C versus L, viam sequentes haud rectam CD, sed anfractam GGL, itaque primum descendentes ad G, dein adscendentes ad L. Hunc motum undulatorium cum oscillatione aquae in tubo curvo ABCD (*Fig.* 4*.) comparat; hae oscillationes, ut notum est, tempore absolvuntur eodem, quo pendulum simplex, cujus longitudo semi-tubi longitudini aequatur, integras peragit oscillationes; hinc unda CD movetur a C ad L eodem tempore, quo pendulum, longitudinis CL, oscillat; tempora autem sunt in ratione subduplicata longitudinum, ergo oscillationis tempora, ideoque etiam velocitates undarum sunt in ratione subduplicata spatiorum CL sive longitudinum GF. (Vid. *Princ. Math. Phil. Nat.* Lib. II. Prop. 44 et 45.) Auctor autem ipse concedit, hanc mensuram tantum esse proximam, cum vero pro undis altioribus vix valeat.

Ille igitur undis tribuit motum, quo progrediuntur; quamplures quidem recentiores auctores judicio et usu contendunt, illum undarum motum ita non fieri, sed videri, cum tamen consistat in oscillatione continua aquae, quae, alternis vicibus, supra et infra superficiem movetur, neque progreditur. (Testantur viri peritissimi FLAUGERGUES, LA COUDRAYE et BREMONTIER in suis scriptis de undarum motu.) Ex utraque autem hypothesi, undulationes fiunt isochronae, et peraeque cum penduli oscillatione conferri possunt, verum enim vero ille motus oscillatorius quantus sit, conficitur ex analogia inter aquam, in tubo oscillantem, et penduli oscillationem; idque esse verum, experientiâ haud videtur comprobatum. Nimirum valet hoc quodammodo in alto, quo nullae causae, ut littora, syrtes, caeteraeque, huic motui obstant, ipsaque aqua non est concitata, sed levi tantum fluctu movetur; at statim abest illa lex, simulatque ripas prope spectemus undas, aut eas angusto loco moveri sciamus, aut ipsas, valde concitatas, nullae velocitatis legi aequabili obedire, sed turbide agitari videamus.

Hanc ob causam usu minus venit, quod Ill. LAGRANGE (*Mec. Anal.* II. pag. 334.) de undarum velocitate proposuit, eas scilicet, quo major profunditatis subduplicata ratio, eo velociores esse; sed de insigni profunditate haec haud ita sunt.

Et Figura undarum et magnitudo pendent quodammodo a profunditate et ab amplitudine aquae, sed qua tandem ratione haec duo inter se conjugi debeant, ut undarum valores innotescant, prorsus nos latet. Sunt qui faciant undarum longitudinem GF, duplae altitudini CD aequalem, (veluti SILBERSCHLAG *Theorie des fleuves* pag. 71;) alii confirmant, hanc longitudinem in alto saepissime superare quadruplam altitudinem, (LA COUDRAYE *Théorie du vent et des ondes*, pag. 125.) Altitudinem quod attinet, theoria hanc facit profunditatis subduplicatae rationi aequalem, experientia autem variam praebet summam; et vere, nam ubi solum est inaequale, aequales ubique non esse possunt undae; pro insigni profunditate, minori vero amplitudine, undae sunt altiores, cum amplificendi locus non detur; pro majori tamen amplitudine ipsae sunt longiores, nec tamen altiores; porro venti inaequalis agendi modus, maximam efficit undarum varietatem, tum altissime tollens aquam, summaque cava producens, tum ipsam in motu impediens, et anguste circumcludens. Idem praeterea undarum figuram reddit diversissimam, raro convexam

et

tem concedimus, hanc nostram aestimationem forte haud minus levem fore; quam eorum, qui alio modo, nec minus probato, idem fecerunt; sed ita, nisi minus erremus, at certe majorem in errorem incidere non credimus. Ex ipsa quidem Natura unicam definiri posse veram mensuram, temere arbitrari nobis non videmur; hujus enim si vires diligenter metiantur, quanta sint ea oportet, quae his adversus resistere possunt, non erit incertum.

Rem autem ita fingimus: moles OAB (*Fig.* 6.) vexetur undis continuis, quae, quo major sit effectus, rectae in eam impellantur. Undae autem alternatim sustolluntur et deprimuntur; obstante igitur mole OAB, unda G″F′ libere tolli nequit, sed haec summa vi ad acclivitatem BA adscendere cogitur; dein, gravitate praevalente, rursus descendit; ab hac autem parte cum nil obstet, majori velocitate descendit, quam qua adscenderit, ideoque minori certe vi molem non abradit. Unda FGH existente, ubi maxima sit facta, vento et soli obstaculo aliisque causis praerupta, summa vi frangitur, et aqua, quanta sit, va-

et concavam in formam circuli, (ut monstrat *Fig.* 4,) sed plerumque altam, varia curvatura ex aqua desurgentem, et a parte, vento non opposita, quippe ibi tantum non premitur, praeruptam, (*Fig.* 5). Quae cum ita sint, quis est, qui hasce causas, pro temporum et locorum diversitate diversissime existentes, eadem metiatur ratione, eosdemque semper ipsis tribuat effectus?

Hinc undarum validas percussiones si cogitemus, miramur interdum, nonnullos scriptores, tam certo de hoc effectu se judicare opinantes, si illum ad pressionem quodammodo referant; aut enim aestimant undarum actionem pressione ponderis aquae, in undae volumine contentae, aut, cognita undae velocitate e Theoria Newtoniana, aquam, altitudine huic velocitati debita auctam, itaque obstaculum prementem intelligunt. Sin autem aquae percussio ab illius pressione sit distinguenda, hoc ut fiat pro percussione undarum inprimis postulatur. Undae enim, aggerem percutientes, tantos faciunt impetus, quantos pressio mortua numquam facere potest; vexantur non modo aggeres terrei, verum etiam murorum moles quatiuntur; pali crassissimi ante oras firmissime in littus adacti, quibus undae spumantes frangerentur, ipsi interdum fracti reperiuntur; lapides maximi ponderis, firmo ordine juxta positi, nonnumquam e locis moventur et longe disperguntur; caeteraque.

Haec cum mecum reputarem, haud convenire mihi videbatur, si, cum calculo aliquid esset definiendum, undarum impulsum aquae pressioni omnino compararem; tantas enim effectus ab aquae pressione nusquam reperimus, sed eos potius corporum solidorum percussione existere videmus; quare, ut corporum solidorum percussio conficitur e massa et velocitate, sic etiam opinatus sum, me undarum actionem rectius intelligere, cum ipsarum massam praeruptam, certa velocitate obstaculum quatientem, ut si fuisset corpus solidum, considerarem. Attamen haec omnino ita fieri non est quod statuam, ideoque ne illa ita a me exposita intelligantur, quasi veram praeberem naturae mensuram, enixe rogo.

(6) Sunt qui existiment, aquam in profundo non turbari, etsi mare vehementissime commotum; de eorum opinione nil detrahimus, dummodo de profunditate satis conveniat; haec enim, etiamsi sit 20 metrorum, et quod superat, corpora solida, tantum a superficie distantia, superficie commotione affici, experientia probavit; (BREMONTIER *Recherches sur le mouvement des ondes*, *Sect.* III.) ideoque littora, concitato superstante mari, non minus forte vexari quam ipsas ripas aut aggeres, nemo eat inficias, si hoc unum retulero: maris aestum ante oras occidentales Hollandiae, pro maxima parte frangi, reagentibus magnis syrtibus, longe a continenti distantibus; has autem cum undae superarint, minoribus quidem minis littora petere, sed ita solo impediri, ut varios accipiant motus, et tantos interdum efficiant vortices, quibus littora suffodiantur, et, aestu recesso, haec super meatus vix concedatur.

valido ictu per curvam IKF in cavum G'FG dejicitur; idem fit de unda sequente F'G'F, haec maxime tollitur, frangitur, dejicitur, sed mole obstante, non in ipsam aquam, sed in molem impellitur; aut unda F'G'F, quanta sit, in aggerem impellitur, ipsiusque obstaculo frangitur et ab omni parte suam exercit vim. Harum virium effectum sequentibus mensuris sic facio:

1°. Sive unda adscendat acclivitatem, sive descendendo eam afficiat, sive in eam faciat impetum, semper aqua suo pondere premit, itaque facile est intellectu, si undae altitudo AL est b, dum a M $= a$ sit altitudo aquae stagnantis, ad summam usque notam adfluxae, molem premi pondere aquae, velút ad notam AM $= a + \frac{1}{2} b$ stagnantis. Refertur igitur hicce effectus ad illum, cujus in §. 1. exhibuimus accuratam mensuram.

2°. Si unda adscendit molem, haec obliqua directione ND aquarum turbato motu afficitur, et ni satis consistat declivitas AB, ipsa eroditur: haec actio insignis est, potestque difficile ad effectum aquae fluentis referri, quia haud uniformiter in aggerem exercitur, ut si aqua fluendo in aggerem incurrat, sed tum aggeris obstaculo, cum aquae posterioris commotione, varie movetur, et hanc ob causam majora adfert damna; hunc igitur effectum ad undarum percussionem potius referimus, de qua mox.

3°. Effectus undae descendentis talis est, ut auferantur et dejiciantur partes, si quae undae adscendentis vi ab aggeris corpore solutae sint; quibus autem divulsis, ultra eroditur aggeris latus ab unda descendente; quamvis itaque maxime noceat hicce undarum effectus, eum tamen nunc excludimus, quippe tantum non valeat ad aggerem movendum aut invertendum, quantum si unda adscendat. Dehinc tamen de hoc effectu plura.

4°. Fracta denique unda praerupta, aqua validissime impellitur in aggerem, aut, impulsa unda in aggerem, frangitur ipsa magnoque ruit impulsu; nec minus laeditur agger fracta unda sequente FGH, cujus actio trans aquam transmittitur et in aggerem exercitur. Ita quidem tam undis fractis, quam aqua turbata continuo percutitur agger, cumque haec vis sit maxima, eam facimus tanti, ut, si jungatur cum effectu aquae aggerem adscendentis, minor haud praebeatur effectus, quam si totius undae massa, propria velocitate, horizontaliter in aggerem impellatur; hinc si M significat undae massam, velocitate v' motam, est valor impulsus undarum in directione horizontali

$$= Mv'; \quad \ldots \quad (a)$$

quodsi ad medium lineae AB punctum applicata intelligatur haec vis, valet ejus momentum horizontale

$$Mv'.DQ = \frac{1}{2} Mv'.(a + \frac{1}{2} b) \quad \ldots \quad (b).$$

Sed

Sed undarum impulsus minimo tempore vix intercipitur; est igitur tempus considerandum, et impulsus ita fit proportionalis temporis quadrato, quoniam constanti agit valore singulis temporis particulis; verum hoc mittimus, quandoquidem tunc undarum actionis functio constanti afficiatur coefficienti, experimentis determinando, quae nullo probabili modo adhuc potuerunt institui; sed eam etiam ob causam nullus inde oritur error, et quod undarum vim fortissimam jam fecimus, et quia aggerum resistentia multo semper superat aquarum actionem, ideoque tales effectus, qui longo tempore possent nasci, certo destruuntur.

Quoniam in aggeris sectionem transversam inquirimus, undarum sectionem transversam itidem pro earum massa habere debemus; quare cognoscemus undae massam, si invenire possumus aream curvae FKIGH; quodsi undarum figura talis esset, qualis fingebatur in figura 4ª, ipsa area GCF a dimidio rectangulo G*gf*F non differret; itaque si GF $= k$, CD $= l$, foret massa undae $= \frac{1}{2} kl$. Ab hac tamen figura, undarum ante littora concitatarum forma omnino differt, earumque massa minor forte est dimidio rectangulo circumscripto; eam autem minorem non facimus, tam quia plerosque scriptores ita fecisse comperio, quam quod majorem certo non habent massam.

Undarum longitudines exacte non dantur, datis earum altitudinibus; pendent haec, ut monuimus, a diverso venti agendi modo, a profunditate aquae, a soli habitu, ab amplitudine aquae, et ab aliis forte locorum obstaculis. In alto tamen longitudines saepe excedunt quadruplas altitudines.

Undarum velocitas est spatium, quod, descendendo et adscendendo, uno temporis minuto secundo percurrunt; eam certa lege minime esse adstrictam, sed, ubi postulatur, experimentis esse cognoscendam, jam animadvertimus.

Refert peritissimus LA COUDRAYE (op. cit.) hanc tabulam, a Nob. GOIMPY compositam:

	altitudo undarum.	longitudo undarum.	velocitates undarum.
Pedes Parisienses.	1,25	6,00	4,00
	2,00	9,30	6,60
	4,68	21,00	8,30
	8,00	59,00	13,80
	12,10	85,00	16,60

Er-

Ergo longitudo quadruplam altitudinem semper excedit. Monet autem LA COUDRAYE, velocitates, secundum regulam NEWTONI, ope longitudinum mensurae esse inventas, sed simul etiam confirmat, ipsas in alto semper esse majores, cum tamen iis uti possimus, quod nec a veritate longe absunt, nec exactiori ratione cognitae sunt. Nos igitur, qui undas littoribus proximas consideramus, talibus quidem velocitatum valoribus possumus uti; sed tantas longitudines adhibere non convenit; cum vero quantae sint pro undis, nostras oras ripasque tangentibus, nullo pacto cognoscere potuerim, medium faciam valorem, inter duplum illum, quo uti sunt, qui undarum actionem contra aggeres calculo aestimarunt, et inter hunc quadruplum, quem refert LA COUDRAYE. Sint igitur undarum longitudines triplis altitudinibus aequales.

Undae 0,6 et 1,3 metrorum (2 et 4 ped.) altitudine in lacubus amplioribus saepius offenduntur.

Ante continentem occidentalem Hollandiae, quo differentia altitudinis inter fluxum et refluxum est $1^m,73$ ($5\frac{1}{2}$ ped.), undae interdum habent altitudinem $1^m,88$ ad $2^m,20$ (6 ad 7 ped.); ante Frisiae oras, quo fluxus et refluxus differentia tanta non est, altitudo undarum maxima est $2^m,51$ (8 ped.). Nec multo minores sunt undae in Lacu Flevo, si, magna existente procella, undae paullatim ante ripas superstruuntur venti fortioris flatu.

Undae nonnumquam habent altitudinem $1^m,88$ in Lacu Harlemensi, sed longae adeo non sunt, ob spatium minus amplum; ex quo intelligitur eas eo magis nocere.

Ante oras occidentales Zelandiae, undae saepius ad altitudinem $3^m,2$ (10 ped.) tolluntur; quodsi accedat maris fluxus, quem inter et refluxum adesse potest differentia $4^m,71$ (15 ped.), vehementes ibi dari ruinas, quis non intelligit: sic igitur praecipuas undarum altitudines, quae usu venire possunt, earumque longitudines, tum massas et velocitates, supra quodammodo definitas, hic refero:

Undarum altitudo.		Undarum longitudo.	Undarum massa.	Undarum velocitas.	Undarum massa in velocitatem ducta M . v'.
Pedes Rhenol.	Metra.	Metra.	Metra quadrata.	Metra.	Motus quantitas.
2	0,6	1,8	0,54	1,7	0,918
4	1,3	3,9	2,54	2,4	6,196
6	1,9	5,7	5,42	2,8	15,176
7	2,2	6,6	7,26	3,2	23,232
8	2,5	7,5	9,38	3,5	32,830
10	3,2	9,6	15,36	3,7	56,832
12	3,8	11,4	21,66	4,3	93,138.

§. 4. *De impulsu venti.*

Venti impulsum praeterire non possumus, quippe interdum est maximus; atque hic igitur adhibetur ratio illa quadratorum velocitatum, quam in recta percussione esse verosimilem experimenta abunde docuerunt; attamen haec nil attinent ad id quod nunc quaerimus; cum enim quid ventus efficere possit, omnibus suis viribus intensis, scire sufficiat, idque experientia satis superque constet, hoc unum retulisse satis existimo: ventum, vehementissima facta tempestate, cum arbores sternuntur hujus actione, moveri velocitate 44,714 metrorum, uno temporis minuto secundo, et tanta vi in planum unius metri quadrati perpendiculariter impelli, ut pondere 238,83 librarum belgicarum (kilogrammorum) opus sit, quominus hoc planum moveatur (7).

Facit autem ventus impetum in aggerum partes superiores; hae igitur, si aliis viribus resistere non debeant, per se satis valeant ad illum venti maximum impulsum sustinendum, necesse est.

§. 5. *De percussione corporum aquae innatantium.*

Verbo monere liceat, quantum aggeres laedantur glaciei molibus, quae tempo-

(7) Vid. *Recherches experimentales sur l'eau et le vent*, par SMEATHON, *traduit de l'anglais par* GIRARD pag. 61. His enim experimentis maxima fides habetur.

pore hiberno aquae innatant; nam, agente ipsa Natura, praeter has, nulla alia solida corpora in aggeres impelluntur. Istiusmodi moles, in fluminibus praesertim existunt; aquis enim glacie obductis, si, tempore mutante, glacies solvi coepit, aut alia quacunque causa fortiorem suam amittit tenacitatem, fluminum vis omnem glaciem cito dividit in fragmenta, quae, cursu quo tendit, secum trahit. Haec, quo sibi sunt proxima, facili quidem negotio connectuntur, (eoque facilius si gelu accedat;) alia fragmenta suggeruntur, alia superstruuntur, alia coëunt; itaque quae primum fuere tenues lamellae, aut frusta haud ita crassa, pedetentim ad insignem molem congestae sunt. Innatat omnis moles flumini, eoque movetur, quod, etsi ob massam immensam lente fiat, maximas tamen calamitates inferre potest. Legimus enim, hisce molibus domos, molas, aedes, pontes lapideos, caeteraque quae obstiterint firmissima corpora, prorsus fuisse dejecta; ergo qua movendi quantitate praedita fuerit tanta moles, calculo vix definitur; hinc tamen, aggeribus obstantibus, facile est intellectu, aut glaciei molem insigni cum periculo transiturum, aut ipsum aggerem ruptum iri; quo facto, aquae meatus aut transitus non impeditur, ipsiusque aggeris ruptionem sequitur perniciosissima agrorum inundatio.

At hanc vim, cum quanta sit, et quomodo agat, vix definiatur, quanam tandem ratione refrenabimus? profecto aggeris mole fieri nequit; eam enim maximam tum esse debere arbitramur, idque, cum adsit modus, fieri nequit; forte ipsius figura et particulari munitione molis vires aliquantum imminui possent, sed hoc in praesenti non persequimur.

Minora glaciei fragmenta, non valde accumulata, si aggerem percutiant, teste experientia, haud multum efficiunt, nisi quae sint accuta, et, cuneorum instar, diutina percussione aggerem scindant; quod tamen cum ipse agger terreus, quod ad massam, impedire nequeat, (impeditur autem declivitatis idonea munitione,) haud plura de hac vi nunc dicemus, sed quomodo optime vincatur, postea referre conabimur.

B. *De viribus, quibus agger resistit.*

§. 6. *De pondere aggeris.*

Volumen sectionis transversae (*Fig.* 2.) sit V; literâ μ significetur gravitas specifica materiae, ex qua agger est confectus; tunc vero pondus, hujus sectio-

tionis, (cui, etsi sit planum, tamen mathematica ratione pondus tribuere possumus,) ut constat cuique, valet

$$\mu . V.$$

Hoc pondus in directione gravitatis, sive in perpendiculari directione agit, ita ut, dum V sit centrum gravitatis totius sectionis, VW sit directio ponderis; nam hoc pondus, sive totum in gravitatis centro collocetur, sive partes singulas inter peraeque distribuatur, easdem utroque modo praebet actiones; hinc aggeris pondus

$$\mu . V \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (a)$$

deorsum agit in directione verticali, impeditque vi

$$\mu . V . OW = \mu . Vx' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (b).$$

quominus agger sursum moveatur, et circa commune punctum O invertatur. Ergo $\mu . Vx'$ notat ponderis momentum.

Volumen sectionis transversae, et distantia centri gravitatis a linea OZ dantur Matheseos ope, cognita aggeris justa figura; hoc autem, quod nondum invenimus, in caput sequens differre debemus; sed earum materiarum, e quibus aggeres conficiuntur, aut quae postea memorabuntur, gravitates specificas, ad aquae communis gravitatem specificam relatas, hic praebere possumus:

Gravitas specifica aquae communis	1.0000.
— — — — aquae marinae	1.0265.
— — — — arenae tenuis	2.5770.
— — — — arenae crassae	2.7530.
— — — — terrae caespitosae	0.5200.
— — — — terrae argillosae	2.5910.
— — — — argillae pinguis	2.6520.
— — — — humi	1.2250.
— — — — terrae ex hortis	2.4010.
— — — — lapidum diversa est, sed eorum, qui usu veniunt in aggerum munitione est vulgo	2.5000.
usque ad	2.8000.

§. 7. *De attritu molecularum aggeris.*

Ut in multis aliis negotiis multum valet attritus sive frictio, sic in aggeribus hicce motûs impedimentum est quasi altera vis resistens; haec enim aggeris motui supra fundum OR, (*Fig.* 2.) aut in alia quacunque directione, fortiter obstat, etsi particularum mutua cohaerentia in hisce tractibus deest, ita

ita ut, quod dehinc videbimus, nullus agger firmus sine particularum attritu, etiamsi validam cohaerendi facultatem admittamus.

Omne corpus super horizontale planum positum, facile quidem movetur in horizontali directione, ni adest attritus, quo autem fit, ut motus non nisi certa adhibita vi locum habeat; major est haec vis, cum corporis pondus plus valet; hoc enim aucto, corporis planum, quo nititur, magis contra illud horizontale planum premitur, idque ita se habet, ut, data corporis particulari materia, hujus pondus inter et attritum certa adsit ratio; quaenam sit haecce ratio pro materiis terreis, quibus aggeres conficiuntur, mox referemus, nunc autem sufficiat illam rationem in genere notare per ρ.

Ubi igitur pressio ibi attritus; hinc, quoniam aggeris pondus ad perpendiculum agit, attritus in horizontali directione impedit, quominus agger in horizontali directione moveatur; in genere attritus resistit in directione, opposita viribus agentibus, itaque cum omnes agentes vires et ad horizontales et ad verticales retulerimus, quarum tamen horizontales ut plurimum motum efficere possunt, satis erit effectum attritûs in horizontali directione aestimare; ergo si pondus cujusvis aggeris partis est P, valet attritus in horizontali directione:

$$\rho . P;$$

sic pro toto aggeris pondere erit attritus super fundum OR

$$= \rho . \mu . V \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (a).$$

Vires verticales, cum aggeris pressionem in solum augeant, hujus augmenti ponderis in attritûs valore determinando omnino rationem habere debemus.

Revera attritus est nova vis, quacum agger resistit; nam ea non agit tum, cum partium cohaerentia divulsa est, (id enim si obtinuerit, motus fieret, isque fieri nequit, nisi omnibus viribus resistentibus victis,) sed prius quam cohaerentia deesse coeperit attritus suam praebet opem, efficitque non ut major sit cohaerentia, sed ut quae aegrius destruatur. Nunc vero dicamus de valore absoluto attritus, datis substantiis terreis, e quibus aggeres conficiuntur.

Fingamus terrae cujusvis generis acervum ACBD, (*Fig.* 7.), firmo obstaculo AD verticali contiguum; terra sit leviter coacervata, ita ut omnes particulae sibi invicem tantummodo sint superimpositae, neque tamen compactae, ideoque non cohaerentes. Ita particulae fere non cohaerent, sed sua gravitate et obstaculo AD retinentur: quo autem sublato, ipsas ita in verticali positione non posse consistere perspicuum est, sed subsident particulae, ad determinatam notam AE, (*Fig.* 8.), ultra quam non cedunt, sed sua sponte, id est sua gravitate et attritu subsistunt; praecipua vero causa cur terrae ita maneant coacervatae

tae est attritus, hic enim nisi adforet, particulae inferiores, superiorum gravitate pressae, versus latera decederent; attritu autem accedente, hic prorsus resistit illi pressioni particularum superiorum, impeditque quominus versus latera moveantur; ubi igitur attritus infirmior, ibi terrae gravitate subsidunt; ubi major est attritus hoc non obtinet. Itaque ubi terrae subsidere desinunt, ibi cognoscitur effectus attritùs, ibique datur limes inter vires, quibus terrae, leviter coacervatae, et subsidere et consistere coguntur. Linea AE talis est limes, ut quae separat terras depressas ab iis quae consistunt; hicce limes pendet ab attritu, itaque si pro variis materiis cognoscitur, sequenti modo de attritûs valore possumus judicare.

Docet experientia, lineam separationis AE (*Fig.* 7.) fere esse rectam. Vocemus angulum CAE, δ; est hicce angulus, pro eadem materia, idem, quantacunque sit altitudo EL acervi, quoniam attritus proportionalis est ponderi, ideoque, et ob rectam AE, in quocunque altitudinis puncto, eundem habet valorem relativum. Cogitare possumus AE esse sectionem plani inclinati, quod fert massam terream $ADE = P$, quae gravitate relativa $GR = GQ . Cos. RGQ = P . Cos. (90^\circ - \delta) = P . Sin. \delta$ (G notante centrum gravitatis massae, GQ gravitatis directionem,) super hoc planum descenderet, nisi quodammodo impediretur attritu inter ejus particulas, et particulas massae terrae AEBC ejusdem naturae. Agit hicce attritus in linea AE, directioni GR gravitatis relativae parallela, ideoque cum motum impediat, oppositus est huic gravitati. Si vero ρ notat rationem inter pressionem et attritum, erit attritus in directione opposita GS, $P . \rho . Cos. \delta$, quoniam $P . Cos. \delta$ est pressio massae $ADE = P$, in planum AE; ergo vis $P . Sin. \delta$ impeditur vi $\rho . P . Cos. \delta$; quare si massa ADE manet immota, erunt hae vires aequales, ideoque

$$P . Sin. \delta = P . \rho . Cos. \delta; \text{ unde } \rho = Tang. \delta;$$

ex quo sequitur; si vis gravitatis $P . Sin. \delta$ major sit vi attritus, posteaquam terrae subsiderint, attritum omnino cognosci, si metiatur angulus CAE inter horizontem, ei limitem AE: hoc enim cognito, habemus $\rho = Tang. \delta$.

Instituit eam ob rem Cl. WOLTMANNUS experimenta, quae praebuerunt sequentes valores quibus omnis fides habetur:

pro arena sicca	$\delta = 32^\circ$	unde $\rho = 0,625$.
— terra sicca ex hortis desumta	$\delta = 37^\circ$	—— $\rho = 0,753$.
— argilla pingui sed sicca et in pulverem redacta	$\delta = 45^\circ$	—— $\rho = 1,000$.
— argilla vulgari pulverisata	$\delta = 40^\circ$	—— $\rho = 0,839$. (8).

Ma-

(8) *Beyträge zur hydraulischen architectür.* 2 B. s. 167.

Majores forte sunt attritus valores, quandoquidem terrae raro inveniuntur siccae, sed hosce valores satis superque nostro scopo inservire, nemo dubitabit.

§. 8. *De cohaerentia materiae aggeris.*

Ut constent aggeres e corpusculis solidis, facile a se invicem separandis, tamen ea est terrarum, e quibus aggeres comparantur, proprietas, ut si valida vi compingantur, ipsa haec corpuscula tam prope ad se invicem accedant, quae firmiter inter se teneantur, et cohaerentiae vi integrum corpus constituant.

Aggeris corpus igitur existit cohaerentia, et haec ipsa, cum partium destructionem impediat, hic in primis accedit ut vis, quae viribus ad aggerem agentibus etiam resistit.

Re quidem vera haec vis accuratissime definiri posse non videtur; variis enim causis adjutricibus mutatur, ut calore, frigore, humiditate, tum etiam, pro eadem materiae genere, diversa esse potest pro diversa materiae virtute et pro diverso loco; sed, cum hanc vim praeterire nequeamus, sic tantummodo de ea dicemus, ut possumus.

Praeponimus autem terras, quantum fieri potest, arctissime esse compactas, et ubique eadem vi cohaerere: quo admisso, si γ notet cohaerentiam in longitudinum aut superficierum unitate, erit $\gamma . c$ cohaerentiae valor in linea, cujus longitudo est c, aut in plano cujus longitudo est c, latitudo autem aequalis est longitudinis mensurae unitati.

Adest igitur, in omni horizontali linea HU (*Fig.* 2.) sectionis transversae, vis, quae impedit, quominus pars superior UAH horizontaliter divellatur a parte inferiori, eaque vis valet

$$\gamma . \mathrm{UH};$$

sed aggeris quaecunque sectio transversa cohaeret cum sectionibus transversis utrimque adjacentibus, qua ex re si V sit volumen transversae sectionis, accedit nova vis, in omni directione, ideoque et horizontaliter, aggeris divisionem impediens, eaque cum utrimque sit eadem, valet;

$$2\gamma . \mathrm{V};$$

hinc, facto OR $= x''$, summa virium, propter cohaesionem in horizontali directioni resistentium, est aequalis ipsi

$$\gamma\,(x'' + 2\mathrm{V})\,; \quad \ldots\ldots \quad (a).$$

sed eadem cohaerentia motui rotatorio aggeris obstat, ita quidem, ut collatis utriusque cohaerentiae valoribus, tum illius quae in solo est, tum hujus quae intercedit inter sectiones transversas contiguas, in centris gravitatis lineae OR et areae OAR,

OAR, dum x'' exhibet distantiam centri gravitatis V a linea verticali OZ, summa intensitatum seu momentorum cohaerentiae habeatur hâc formulâ

$$\gamma\left(\tfrac{1}{2}x''^2 + 2x'V\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (b).$$

Videamus igitur, quonam modo cohaerentiae valor γ recte determinetur.

Idcirco eandem massam terream, quam modo leniter coacervatam cogitavimus, nunc formissime compactam intelligamus, ita ut particulae, qua possint vi, cohaereant. Terra nunc sponte sua consistit verticaliter, dummodo altitudo EL (*Fig.* 7.) non sit magna, quae autem si major sit, ne subsidat terra, simile offerre debemus obstaculum AD, quod postulatur, cum terrae nulla cohaerentia tenentur. Sublato nunc iterum obstaculo, terra etiam subsidet sed haud tanta copia, cum limes AF, quem fere esse rectam lineam experientia ostendit, minori angulo DAF differat a verticali positione AD, quam quo differt, si solo attritu particularum retineatur.

Altitudo AD sit h, angulus DAF, ς; ergo AF $= \frac{h}{Cos. \varsigma}$, et cohaerentiae valor in linea AF $= \frac{\gamma . h}{Cos. \varsigma}$; area trianguli AFD $= \frac{1}{2}h^2. Tang. \varsigma$, et pondus ipsius $= \frac{1}{2}\mu . h^2 . Tang. \varsigma$, ($\mu$ notante densitatem materiae.) Hocce pondus agit in gravitatis directione verticali; hinc ope resolutionis virium apparet, ponderis actionem, limiti AF parallelam, esse $\frac{1}{2}\mu . h^2\ Tang. \varsigma . Cos. \varsigma . = \frac{1}{2}\mu . h^2 . Sin. \varsigma$, et ipsius actionem, AF perpendicularem, id est, ipsius pressionem in lineam AF, esse $\frac{1}{2}\mu . h^2\ Tang. \varsigma .\ Sin. \varsigma$; massa ADF descendere cogitur super planum inclinatum AF, sed impeditur quodammodo cohaerentia et attritu: cohaerentia valet $\frac{\gamma . h}{Cos. \varsigma}$, et attritus est $\rho . \frac{1}{2}\mu . h^2\ Tang. \varsigma .\ Sin. \varsigma = \frac{1}{2}\mu . h^2 .\ Tang. \varsigma .\ Sin. \varsigma . Tang. \delta$; ergo his viribus a vi gravitatis relativae detractis, restat vis

$$\tfrac{1}{2}\mu h^2\ Sin. \varsigma - \frac{\gamma h}{Cos. \varsigma} - \tfrac{1}{2}\mu h^2 .\ Tang. \varsigma .\ Sin. \varsigma .\ Tang. \delta,$$

qua massa terrea descendere cogitur. Jam vero potentia satis valens P, in horizontali directione agens, retineat terras ope verticalis obstaculi AD. Haec ipsa, uti ex theoria plani inclinati constat, premit massam contra lineam AF, vi P $Cos. \varsigma$, ex qua oritur incrementum attritus in directione AF, aequale P $Cos. \varsigma .\ Tang. \delta$; impeditur autem vi P $. Sin. \delta$, in directione, lineae AE parallela, quominus massa descendat; hinc igitur datur aequilibrium inter vim P, et inter gravitatem relativam massae ADF, ejusdemque cum massa AFBC cohaerentiam et attritum, si haec satisfaciunt conditioni

P

$P.Sin.\varsigma = \frac{1}{2}\mu h^2. Sin.\varsigma - \frac{1}{2}\mu h^2. Tang.\delta. Tang.\varsigma. Sin.\varsigma - P\,Cos.\varsigma. Tang.\delta - \frac{\gamma.h}{Cos.\varsigma}$;
cujus ope invenimus

$$P = \frac{\frac{1}{2}\mu h^2. Sin.\varsigma. (Cos.\varsigma - Tang.\delta. Sin.\varsigma) - \gamma h}{Cos.\varsigma\,(Sin.\varsigma + Tang.\delta. Cos.\varsigma)}$$

$$= \tfrac{1}{2}\mu h^2. Tang.\varsigma \frac{Cos.\varsigma - Tang.\delta. Sin.\varsigma}{Sin.\varsigma + Tang.\delta. Cos.\varsigma} - \frac{\gamma h. Sec.\varsigma}{Sin.\varsigma + Tang.\delta. Cos.\varsigma}$$

$$= \tfrac{1}{2}\mu h^2. Tang.\varsigma. \frac{Cot.\varsigma - Tang.\delta}{1 + Tang.\delta. Cot.\varsigma} - \frac{\gamma h. Sec.^2\varsigma}{Tang.\varsigma + Tang.\delta}$$

$$= \tfrac{1}{2}\mu h^2. Tang.\varsigma. \frac{(1 : Tang.\varsigma) - Tang.\delta}{1 + (Tang.\delta : Tang.\varsigma)} - \frac{\gamma h\,(1 + Tang.^2\varsigma)}{Tang.\varsigma + Tang.\delta}$$

$$= \tfrac{1}{2}\mu h^2. Tang.\varsigma. \frac{1 - Tang.\delta. Tang.\varsigma}{Tang.\delta + Tang.\varsigma} - \frac{\gamma h(1 + Tang.^2\varsigma - Tang.\delta. Tang.\varsigma + Tang.\delta. Tang.\varsigma)}{Tang.\varsigma + Tang.\delta}$$

$$= \tfrac{1}{2}\mu h^2. Tang.\varsigma. Cot.(\delta + \varsigma) - \gamma h. \left(\frac{1 - Tang.\delta. Tang.\varsigma}{Tang.\delta + Tang.\varsigma} + Tang.\varsigma\right)$$

$$= \tfrac{1}{2}\mu h^2. Tang.\varsigma. Tang.(90^\circ - \delta - \varsigma) - \gamma h\,(Tang.\varsigma + Tang.(90^\circ - \delta - \varsigma));$$

ergo, si ponimus angulum DAE $= 90^\circ - \delta = \tau$, erit

$P = \frac{1}{2}\mu h^2.\ Tang.\varsigma.\ Tang.(\tau - \varsigma) - \gamma h\,(Tang.\varsigma + Tang.(\tau - \varsigma))$;

et cum $Tang.(\varsigma + (\tau - \varsigma)) = Tang.\tau = \frac{Tang.\varsigma + Tang.(\tau - \varsigma)}{1 - Tang.\varsigma. Tang.(\tau - \varsigma)}$,

erit $Tang.\varsigma + Tang.(\tau - \varsigma) = Tang.\tau - Tang.\tau. Tang.\varsigma. Tang.(\tau - \varsigma)$;

ideoque $P = (\frac{1}{2}\mu h^2 + \gamma h\, Tang.\tau)\, Tang.\varsigma. Tang.(\tau - \varsigma) - \gamma h. Tang.\tau$, atque hic est valor potentiae, qua impediri potest, quominus massa terrea ADF subsidat.

Qui hac aequatione continetur angulus ς, variabilis est; quantus vero sit, incognitus est, sed facili quidem tentamine apparere potest quantus esse debeat, ut pressio lateralis, id est, ut valor P fiat maximus; id enim invenerimus, si, quantus sit ς oportet, ut fiat productum $Tang.\varsigma. Tang.(\tau - \varsigma)$ maximum, indagare possimus. Hoc enim ad maximam usque notam aucto, erit $(\frac{1}{2}\mu h^2 + \gamma h. Tang.\tau)\, Tang.\varsigma. Tang.(\tau - \varsigma)$ etiam maximum, ideoque detracto valore $\gamma h. Tang.\tau$, ipsa P evadet maxima. Angulus $\tau =$ DAE ille est, quem terrae, leniter coacervatae, et solo attritu retentae, sponte faciunt, hoc igitur angulo, si accedit firma cohaerentia, ipse $\varsigma =$ DAF minor erit; ponamus v. c. $\varsigma = \frac{1}{2}\tau$, ideoque

$$Tang.\varsigma. Tang.(\tau - \varsigma) = Tang.\tfrac{1}{2}\tau. Tang.\tfrac{1}{2}\tau = Tang.^2\tfrac{1}{2}\tau,$$

erit hoc productum semper majus, quam si pro angulo ς ponatur alius anguli

DAF valor, sive major sive minor quam $\tfrac{1}{2}\tau$; posito enim v. c. $\varsigma = \tfrac{1}{3}\tau$ et $\varsigma = \tfrac{2}{3}\tau$, fiet idem productum

$$1^{\circ}.\ Tang.\tfrac{1}{3}\tau.\ Tang.\tfrac{2}{3}\tau; \quad 2^{\circ}. = Tang.\tfrac{1}{3}\tau.\ Tang.\tfrac{2}{3}\tau:$$

nunc si pro $Tang.\tfrac{1}{3}\tau$, $Tang.\tfrac{2}{3}\tau$, $Tang.^{2}\tfrac{1}{2}\tau$, ponantur diversi valores, diversis terrarum generibus convenientes, patebit: productum $Tang.\tfrac{1}{3}\tau.\ Tang.\tfrac{2}{3}\tau$ semper esse minus quam $Tang.^{2}\tfrac{1}{2}\tau$. (9).

Quodsi igitur, dum terrae cohaereant, ipsae, sublata resistentia AD, ita subsidant ut angulus DAF $= \tfrac{1}{2}$ DAE, certi sumus, cum rursus acervantur et eadem vi cohaerent, ipsis maxima vi premi obstaculum AD, ideoque, quominus subsidant terrae, vim P maxime resistere debere; suffecto igitur $\tfrac{1}{2}\tau$ pro ς, sequitur

$$P = (\tfrac{1}{2}\mu h^{2} + \gamma h\ Tang.\tau)\ Tang.^{2}\tfrac{1}{2}\tau - \gamma h.\ Tang.\tau;$$

sic igitur, data altitudine h, invenitur valor absolutus resistentiae P. Monuimus autem, terras sponte consistere, et nulla vi retinendas esse, si altitudo h haud magna sit; quare si pro quovis terrae genere, illa altitudo, ad quam in directione perpendiculari effodi possunt, neque subsidunt, sit h', est resistentia $P = 0$, et

$$0 = \tfrac{1}{2}\mu h'^{2}.\ Tang.^{2}\tfrac{1}{2}\tau - \gamma h'\ Tang.\tau\ (1 - Tang.^{2}\tfrac{1}{2}\tau);$$

hinc $\gamma = \tfrac{1}{2}h'\mu.\dfrac{Tang.^{2}\tfrac{1}{2}\tau}{Tang.\tau.(1 - Tang.^{2}\tfrac{1}{2}\tau)} = \tfrac{1}{4}\mu.h'.\dfrac{Tang.\tfrac{1}{2}\tau.\ Tang.\tau}{Tang.\tau} = \tfrac{1}{4}\mu.h'\ Tang.\tfrac{1}{2}\tau$;

seu $$\gamma = \tfrac{1}{4}\mu.\ Tang.\tfrac{1}{2}(90^{\circ} - \delta)\ h'.$$

Cum itaque δ ideoque et $Tang.\tfrac{1}{2}(90^{\circ} - \delta)$, e superiori §, pro diversa terrae specie cognita sit, innotescet cohaerentiae valor absolutus, si, pro quavis terrae specie cognoscamus altitudinem h', ad quam in directione perpendiculari terrae possunt effodi, et tamen non subsidunt (10). Valores justi harum altitudinum prorsus me latent, et, ni fallor, ipsa experimenta, diligentissime quamvis instituta, illos valores praebere non possunt; pendent enim a diverso humiditatis gradu, a materiae integritate, denique a locorum situ. Saepius enim reperitur arena effosa ad perpendiculum, unum quidem metrum altitudine superans, habetque illud locum etsi arena integra, nulla diversa terrae specie, nulla herba, nullo denique corpore heterogeneo permixta; sed est ea tum humefacta ab aqua vicini, quae ad soli superficiem usque transit; hanc ve-

(9) Omnes in hac dissertatione calculos superiores de industria non adhibeo; sed calculo differentiali certissime patet, valorem $\varsigma = \tfrac{1}{2}\tau$ praebere *maximum*.

(10) Debemus hanc ingeniosam Methodum cohaerentiae determinandae Cel. PRONY, ipsam fusius describenti in suo opusculo, *Recherches sur la poussée des terres et sur la figure et les dimensions des murs de revetement. art.* 7—11. Par. 1802.

vero causam esse cur stet opinari licet, nam arenam, si sit sicca, vix posse compingi et parum cohaerere, omnibus constat. Aliis locis terra vulgaris cernitur effosa fere ad perpendiculum, sed ad majorem, quam ut fieri queat, altitudinem, propter multos lapillos, ubique cum solo commixtos; hinc atque ex multis aliis exemplis haecce experiundi difficultas omnino sentitur.

Saepius autem mihi confirmarunt homines experientia spectati, terram argillosam, bonam illam nec humidam, nullisque viribus agentibus subjectam, (velut, si flumini sit proxima et ab aqua facile penetrante quodammodo praematur,) certo ad altitudinem duorum metrorum et dimidii (fere 8 ped.) effodi posse in directione perpendiculari; hinc invenitur pro argilla $\gamma = 0{,}7$, et cum terrae cohaerentia sit ad cohaerentiam argillae $= 1 : 0{,}53$ (11), itemque arenae cohaerentiam nullam intelligamus, erit pro terra $\gamma = 0{,}4$, pro arena $\gamma = 0$. Sequitur ergo, si argilla commisceatur cum arena, hoc mixtum aeque fere cohaerere atque terra pura, itemque terrae arena commixtae cohaerentiam esse $= 0{,}2$.

Quo melius igitur virium resistentium mensura relativa posset conspici, sequens inservit tabula:

Terrae genera.	Grav. specificae		Rationes inter pressionem et attritum.	cohaerentiae valores.
Argilla sicca.	2,591	2,621	$\delta = 45°; \rho = Tang.\,\delta = 1{,}000$	$\gamma = 0{,}7$
Argilla pinguis.	2,652			
Terra ex hortis, sive terra vulgaris.	2,401		$\delta = 37°; \rho = Tang.\,\delta = 0{,}753$	$\gamma = 0{,}4$
Terra et arena inter se mixtae.	2,533		$\delta = 34°; \rho = Tang.\,\delta = 0{,}687$	$\gamma = 0{,}2$
Arena crassa.	2,753	2,665	$\delta = 32°; \rho = Tang.\,\delta = 0{,}625$	$\gamma = 0{,}0$
Arena tenuis.	2,577			

Con-

(11) Vid. *Agriculturchemie des Grafen* CHAPTAL, *ubersetz durch* EISENBACH, *mit einem anhange versehen von* Dr. G. SCHÜBLER 2. B. z. 334.

Construuntur aggeres ex argilla, terra, et arena, interdum e terra caespitosa; haec autem genera non semper integra inveniuntur; dantur praeter diversas argillae terraeque species, commixta genera; itaque vix similia sunt iis quae proponuntur. Sed harum omnium materiarum variae resistendae facultates cum nullo pacto mihi innotuerint, iis tantum uti possum, quae sunt notae virtutis. Nec ideo multum ab experientia discedere opinor, si omnibus argillae terraeque speciebus, quae aggeribus construendis usu veniunt, tantas tribuam resistendi vires, quantas pro communibus speciebus propono: argilla saepius cum arena commixta reperitur, itemque terra; illam speciem mixtam terrae purae (quod ad resistendi vires,) adsimilare liceat, hanc vero, utriusque generis, quo constat, resistendi viribus peraeque donatam intelligamus; quae, si experientia omnino non appareant, tamen hic ita haberi possunt; quas enim aggerum dimensiones pro variis materiis simus inventuri, eas omnino sufficere, postea patebit.

CAPUT SECUNDUM.

DE DIMENSIONE, SIVE DE MENSURA FIGURAE TRANSVERSAE AGGERUM TERREORUM.

Determinatis igitur viribus agentibus et resistentibus, multitudine et intensione, easdem nunc conferre debemus, ut sic cognoscamus, quantae molis sit agger oportet, et quaenam figura huic moli conveniat, ut virium agentium actio et impetus optime retineatur aut reprimatur. Ipsas igitur functiones, quibus omnium virium mensurae continentur, et quas in prioris capitis singulis §§. exhibuimus, colligere debemus; quam in finem generales illae aequilibrii leges, quas eidem capiti praeposuimus, hic usu veniunt. Ne autem virium multitudine implicemus et difficilius reddamus problema, quod solvere conabimur, varias aggerum species speciatim persequemur, quo melius appareat, quantum molis incrementi aut figurae mutationis accipiant, pro virium augmento et diverso agendi modo. Cum itaque aqua aut stagnet, aut currat sive fluat, aut aestu moveatur, tres exponemus aggerum species, nimirum:

a. qui

a. *qui aquam stagnantem, aut levi tantum motu agentem, ab agris humilioribus praecludunt;*

b. tum, *quibus aqua currens, nonnihil interdum concitata, intra certos limites retinetur;*

c. denique tales considerabimus *aggeres, qui aquarum fortiorem impetum coercere debent.*

Haec autem priusquam aggrediamur, praemonere convenit ea, quae de singulis aggerum speciebus in genere dici possunt, sive quae omnibus iis sunt propria, tam ex eorum mathematica ratione, quam ex eorum physica indole.

A. PRINCIPIA, *quibus transversa figura, si fieri potest, adstricta esse debet.*

PRINCIPIUM I. *Aggeres sint firmiores iis, qui ad aequilibrium constituendum requiruntur.*

Nam si talem cogitemus aggerem, qui, quantum ab aqua afficitur, tantum et resistat, nec plus faciat, hic non valebit; sed ingruente fortiori vi a parte aquae, aut si ipsius, causa quadam, parum imminuatur tenacitas et habitus, facile quidem cedet: plus igitur resistat omnino postulatur, et hoc consequimur, quando eum majoribus viribus, quam quae revera agunt, subjectum intelligimus.

PRINCIPIUM II. *Data tota resistentia, sectionis transversae volumen sit minimum.*

Sic enim parcitur materiae et labori et magnae impensae; hoc autem, si aggeris firmitati idoneae et stabilitati obsit, ab hac regula discedere licet.

PRINCIPIUM III. *Agger peraeque resistat in omnibus ejus partibus.* Ita firmitati consulitur.

PRINCIPIUM IV. *Centrum gravitatis* V, (*Fig.* 1.), *totius sectionis transversae, horizontali* OX *proximum, a verticali* OZ *maxime remotum esse debet.*

Hoc est principium aequilibrii firmi et stabilis, de quo initio prioris capitis monuimus. Illud verum esse Mechanica docet. Corpus enim quodcunque stat eo firmius et fixius, quo majus est pondus a parte inferiori; et cum viderimus, §. 6. Cap. I, momentum aggeris, quo motus rotatorius impeditur, haberi ex illius pondere et distantia centri gravitatis a verticali OZ, manente pondere, hocce momentum majus erit, quo major est dicta distantia.

Haec quidem sunt principia seu proprietates, quae, si fieri potest, omni aggeri simul communes esse debent.

B. *De figura sectionis transversae, omnibus aggeribus idonea.*

Ipsis etsi viribus agentibus et resistentibus aggeris figura optima designari debeat, eam tamen prius quidem in genere invenire possumus, quam hasce vires inter se comparemus. Aggeres nimirum conficiuntur e materia terrea, quam vidimus (§. 7 et 8. Cap. I.) ad perpendiculum stare non posse, sed agger, utpote terrae acervus, tum a parte aquae, cum ab agrorum parte declivis sit oportet; quaeritur itaque, quanam forma sive rectilinea sive curvilinea hasce declivitates induere debemus?

Quodsi omnes vires agentes inter se comparentur, et recte cum viribus resistentibus conjungantur, ratione habita principiorum modo expositorum, analysis superior nos decet, hasce formas, quibus agger maxime resistat, esse debere curvas. Tales vero curvas adhibere non possumus; nam praeterquam quod ipsae difficillime construantur (12), ipsa terra in formam curvae determinatae haud facile compingitur; sin autem fiat, hoc opus postulat tempus insigne; constructis tamen talibus declivitatibus, hae cito mutantur; terrae enim gravitate sua sponte comprimuntur et formam priorem amittunt; accedit aquarum diutina actio, qua terrae plus minus eroduntur, et alium adipiscuntur habitum; porro coeli temperies magnas efficit mutationes; sic *v. c.* argillae declivitates, calore et diutina siccitate, multis rimis dividuntur, priorem que amiserunt habitum, postquam partes diffissae humiditate rursus coierunt; temporis denique injuriae non sinunt, ut aggerum curvedo maneat; ergo ut talis forma curvilinea omnino subsistat, continuo hominum cura succurrat necesse est; quod solum, in quantum fiat, quisque agnoscet, qui consideret, aggerum reparationes et exaggerationes plerumque fieri ab hominibus rusticis, imperitis, facillima persequentibus, caeteraque ejusmodi; quae igitur si prudenti consilio et vigilia recte consequi possent, tamen, et ob summam im-

(12) Videri hoc aliquantum licet, ex solutione problematis a Cel. BOSSUT data. (*Recherches sur la construction la plus avantageuse des Digues, par* BOSSUT *et* VIALET. pag. 17 et 18.) Ibi auctor primus curvae exterioris declivitatis figuram investigat, posito: 1° aquam stagnare; 2° attritum abesse, uti etiam cohaerentiam lateralem; 3° aggeris formam interiorem esse rectam uti BE, *Fig.* 9. Hisce conditionibus ipsa solutio vel maxime succingitur; attamen non nisi summa calculi arte invenitur curva declivitatis; eaque vel maxime est implicata; ergo si tam simplici in casu tantis obluctamur difficultatibus, quid sperare debemus, cum hocce problema omnibus iis adstringimus conditionibus, quae omnino postulantur?

Si et attritum et cohaerentiam excludimus, forma declivitatis evadit recta. (Vid. l. l. et PRONY *Nouv. Arch. Hydr.* I. pag. 282. *sqq.*)

Cel. WOLTMANNUS hac de re plures etiam instituit investigationes in suo laudato opere. Profecto autem oleum perdimus et operam, si eo omnes istiusmodi investigationes perducere velimus, ut magnus in applicatione ex iis capiatur fructus.

impensam; et ob parvas utilitates, inde oriundas, sponte mitterentur.

Mittimus igitur et nos formam curvilineam, et construantur quamvis declivitates interdum curvas, tamen, quoniam hoc fit alias ob causas, postea memorandas, ponimus: aggerum declivitates esse rectas lineas, quemadmodum in priori capite, ob easdem rationes, ubique fecimus.

Hoc posito, aggeris sectio transversa simplicissima est triangulum. Nam quoniam utrimque declivis esse debet, ipsaeque declivitates BC et BD (*Fig.* 9.) rectae lineae, alia figura non adest, quae minimum habeat volumen; eaque reliquis principiis omnium optime etiam satisfacit, cum habeat omnium figurarum isoperimetricarum centrum gravitatis infimum, et, saltem pro aqua stagnante, inde a vertice B, ad basin CD usque, ubique resistat aequaliter; sed nulli aggeri talis convenit forma, ob id quidem solum, quod vertex B talius aggeris, etiamsi minimam aquae actionem retinentis, cito destrueretur; nam ipsa aqua, facile penetrante, summus emollitur agger, et facillime a reliquo corpore dividitur, aut vento fortiori dejicitur, aut glaciei vi (non illa, qua in aggerem impellitur, sed eadem ipsa, qua, dum ripis est adfixa, in majus volumen expanditur,) aggeris vertex scinditur, rumpiturque; quae quominus fiant, aggeris vertex ne desinat in punctum, sed ut crassus sit oportet; quod, quoniam curvas lineas prorsus excludimus, haud potest obtineri, nisi triangulum BDC mutetur in trapezium OABC; sic igitur aggeris corpus accepit incrementum tantum, quantum materiae rectangulo ABEF continetur, et cum ita pareat haec figura illis conditionibus, quae ex materiae indole prorsus postulantur, restat tantummodo ut breviter videamus, in quantum pareat eadem figura principiis praepositis.

1. Quaecunque sit aggeris figura transversa, semper dato aggere firmiores esse possunt, ergo etiam si figura est trapezium.

2. Volumen sit minimum. Pars ABEF omnino adesse debet, quare si crassities AB non major sit quam opus est, forma trapezii praebet minimum volumen, quoniam, ob rectas declivitates BC et OA, partes laterales AFO et BEC non nisi triangula esse possunt, eaque omnium ejusmodi figurarum habent minima volumina, ita ut, si declivitates cogitemus tales curvas $A\gamma\delta O$, $B\alpha\beta C$, quae ex natura virium agentium aggeribus conveniunt, tamen spatia $A\gamma\delta OF$ et $B\alpha\beta CE$ sint majora, ideoque haec altera conditio aeque bene locum non habeat, quam si cogitemus rectas declivitates.

3. Sed aggeris resistentia ubique aequalis obtinetur formâ curvâ declivitatis, ea enim pro aqua stagnante adest, si aggeris transversa sectio est triangulum; abest igitur in trapezio, et cum aquae stagnantis pressio agat etiam, etiam-

etiamsi plures adsint vires agentes, resistentia aequabilis non adest in trapezio, sed ea restituitur formâ declivitatis curvâ, ex virium agentium multitudine et agendi modo recte determinatâ. Attamen huic negotio occurritur majori aggeris mole.

4. Triangulorum centra gravitatis minus distant ab horizontali, quam centra gravitatis figurarum A$\beta\gamma$OF et B$\alpha\beta$CE, itaque, dum pars ABEF sit minima, totius sectionis transversae gravitatis centrum, minime distabit ab horizonte, si haec sectio habet formam trapezii.

5. Ejusdem gravitatis centri distantia a verticali OZ in trapezio facile fit maxima. Nam manentibus partibus ABEF et AFO, si pars BEC augetur, fitque BEC′, centrum gravitatis G areae BEC, cadit in G′, magisque ab OZ removetur; pondus trianguli EBC′ major est quam pondus trianguli BEC, ergo pars BEC′ majori nunc resistit pondere, ergo gravitatis centrum totius sectionis magis nunc etiam distabit ab OZ; augendo igitur illam partem, aquae contiguam, distentia centri gravitatis a verticali OZ, ideoque ipsius aggeris stabilitas pro lubitu augeri potest.

Forma trapezii, quae tum ex materiae proprietate, tum ob facilem constructionem, sectioni transversae omnino convenit, cum eas etiam habeat proprietates, quae, ut agger sit firmus, stabilisque, locum habere debent, nullum relinquitur dubium, quin hanc formam omnibus adsignemus aggeribus.

Aggeres etiamsi aquae sint contiguae, tamen ita solo OCC′ superstrui non debent, ut declivitas BC desinat in punctum K, ubi ipsum solum aquae est contiguum, itaque ex aqua quasi surgat; nam, si hoc ita est, pars inferior aggeris, causa quacunque erosa aut avulsa, statim subsidit, et superioris partis ruina insequitur; sed adsit spatium definitum CK inter partem infimam aggeris et soli ripam, omnino oportet; tum enim si soli declivitas KP laeditur, ipse agger manet integer, ejusque fundamentum nondum excavatur, itemque si ipse agger laeditur a parte inferiori C, terrae retinentur quodammodo solo CK, ipsiusque ruina tam facile fieri nequit; verbo, tale spatium est instar firmi adminiculi, quo totus agger pro magna parte sustinetur, ideoque ad firmitatem et stabilitatem omnino requiritur. Idem intelligatur de parte opposita, quo, si agger fossae est contiguus, certum requiritur spatium OL inter infimam declivitatem O et soli punctum extremum L.

Vocantur in aggere LOABCK, lineae AO et BC, ut jam monuimus, *declivitates*, quarum quae aquis est opposita dicitur *declivitas exterior*, altera autem, ab agrorum parte, *declivitas interior* nuncupatur. Spatia CK

et

et OL merito dicuntur *pedes* aggeris, itemque CK est *pes exterior*, et OL est *pes interior*; summum AB aggeris vulgo dicitur *vertex*.

Admissa figura trapezii, facile nunc quidem possumus definire, quale trapezium faciat aggerem firmiorem et stabiliorem; nam sit vertex AB (*Fig.* 10.) major quam opus est; declivitas interior OA sit lenior quam exterior declivitas, qua ratione trianguli interioris OAF area superat aream trianguli exterioris BEC. Centrum gravitatis trapezii erit ab horizontali remotissimum, et verticali OZ proximum, quoniam pars AFBE est maxima, hujusque gravitatis centrum G′ magis distat ab CO, quam centra gravitatis G et G′ triangulorum BEC et OAF, uti e theoria centri gravitatis in figuris geometricis constat: iste igitur agger praecipuis illis firmitatis et stabilitatis conditionibus haud paret. Sed alius sit agger ejusdem voluminis, (*Fig.* 11.), cujus vertex AB tantus sit, quantus esse debet, neque major, itemque interiorem declivitatem cogitemus idoneam nec majorem; tum vero si reliquam materiam triangulo exteriori contentam intelligamus, hicce agger erit firmissimus et maxime stabilis; nam exteriorem declivitatem habet multo majorem interiori declivitate, itaque triangulo BEC maxima, quoad fieri potest, continetur materiae quantitas; ideoque cum maximum ponderis contineatur triangulis BEC et AOF, horumque gravitatis centra sint horizonti proxima, totius trapezii gravitatis centrum eidem horizonti erit quam proximum; et quoniam triangulum BEC pluris est ponderis quam triangulum OAF, idem trapezii gravitatis centrum, quantum fieri potest, distabit a verticali OZ.

Aggeres igitur quo fiant, pro data materiae quantitate, firmiores et stabiliores, non vertice, nec interiori declivitate sunt augendi, sed declivitatem exteriorem leniorem seu, ut dicunt, majorem accipere debent.

Idem apparet e virium agentium et resistentium mensura; namque, si illas concipiamus vires agentes, quae, ut aqua stagnans et undarum impetus, afficiunt aggerem in directione PQ (*Fig.* 11.), recta ad declivitatem exteriorem BC, hae valent in directionibus horizontali QR et verticali SQ

$$PQ \cdot Cos. PQR, \text{ et } PQ \cdot Cos. PQS,$$

id est, si $PQ = P$, cum $PQR = 90° - QCO = 90° - \phi$ ideoque $PQS = \phi$,

$$P \cdot Sin.\, \phi \text{ et } P \cdot Cos.\, \phi,$$

hinc, quo minor ϕ, id est quo major declivitas exterior, eo minor vis horizontalis $P \cdot Sin.\, \phi$, eoque major vis verticalis $P \cdot Cos.\, \phi$, haec autem premit aggerem contra solum OC, sed illa sola motum efficere valet, quae cum minor sit quo major est declivitas, et agger erit tum firmior cum stabilior. Quod

ad vires resistentes, harum, quae oriuntur e cohaerentia et attritu, eo etiam sunt validiores quo major est externa declivitas; nam, ex materiae natura, ipsae terrae eo minus subsidere coguntur quo magis ad horizontale planum vergunt, hoc igitur si obtineat, confirmatur ipsa declivitas magis magisque ad resistendum.

Sic itaque *a priori* invenimus sectionis transversae figuram, ad resistendum optimam; omnibus nimirum, quantum fieri licuit, illis proprietatibus praeditam, quibus eam adstringi necesse fuit. Ipsam illam figuram, qua agger sit firmus et stat, virium agendi modo vidimus comprobatam; quare nil fere est reliquum quam eandem figuram, pro variis viribus, exactiori mensura designare, quod quo fiat brevissime primum liceat exhibere

C. *functiones generales, quae in sequenti usu venire possunt.*

Eas nimirum nunc definiemus functiones, quas priori capite, cum nondum de aggeris justa forma convenisset, datas posuimus. In transversa sectione OAB supra fecimus, et nunc facimus insuper: (*Fig.* 9.)

altitudinem aquae stagnantis = HI . . .	$= a$;	Vid. Cap. I. §. 1.
angulum BCE	$= \phi$;	
* distantiam OI	$= x$;	
* partem HC declivitatis aquâ submersam . .	$= s$;	Vid. Cap. I. §. 2.
velocitatem aquae currentis	$= v$;	
spatium a gravibus primo minuto secundo percursum	$= g$;	
angulum inter sectionem transversam et fluvii cursum	$= \alpha$;	
altitudinem undarum	$= b$;	Vid. Cap. I. §. 3.
undarum massam	$= M$;	
earum velocitatem	$= v$;	
gravitatem specificam materiae aggeris . . .	$= \mu$;	Vid. Cap. I. §. 6.
* volumen OABC sectionis transversae . . .	$= V$;	
* distantiam centri gravitatis T a linea OZ . .	$= x'$;	
rationem inter pressionem et attritum	$= \rho$;	Vid. Cap. I. §. 7.
cohaerentiam in mensurae unitate	$= \gamma$;	Vid. Cap. I. §. 8.
* basin OC aggeris	$= x''$;	
his quantitatibus addimus: aggeris altitudinem BE	$= d$;	
verticis crassitiem AB	$= z$;	
angulum AOF declivitatis interioris	$= \psi$.	

Ha-

Harum quantitatum, quae signo * notantur, nunc sunt definiendae; reliquae aut sunt datae aut dantur, praeter tres illas, ϕ, ψ et z, quibus sectio transversa omnino determinatur, et quarum justos valores mox inveniemus.

$$EC = d\, Cot.\, \phi,\quad OF = d\, Cot.\, \psi, \text{ hinc}$$

$$OC = x'' = OF + EF + CE = d\,(Cot.\,\phi + Cot.\,\psi) + z;$$

$$OI = x = OC - IC = d\,(Cot.\,\phi + Cot.\,\psi) + z - a\, Cot.\,\phi;$$

$$HC = s = \frac{IC}{Cos.\,\phi} = \frac{a.\, Cot.\,\phi}{Cos.\,\phi} = a.\, Cosec.\,\phi.$$

Volumen sectionis transversae $= V = (OC + AB) \times \frac{1}{2} BE$

$$= \tfrac{1}{2}.d\,(d\,(Cot.\,\phi + Cot.\,\psi) + 2z).$$

Gravitatis centra G et G‴ triangulorum BEC et AOF talem occupant locum, ut $Gg = G'''g''' = \frac{1}{3} AF = \frac{1}{3} BE = \frac{1}{3} d$, itemque $gE = \frac{1}{3} EC = \frac{1}{3} d\, Cot.\,\phi$; $g'''F = \frac{1}{3} OF = \frac{1}{3} d\, Cot.\,\psi$; rectanguli centrum gravitatis G″ positum est in puncto medio sive in centro figurae, itaque $G''g'' = \frac{1}{2} BE = \frac{1}{2} d$; $g''F = \frac{1}{2} EF = \frac{1}{2} z$.

Hinc, ut notissimum est,

distantia centri gravitatis T totius sectionis transversae a linea horizontali =

$$Tt = \frac{BEC\,.\,Gg + ABEF\,.\,G''g'' + AOF\,.\,G'''g'''}{OABC.}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}d^2.\,Cot.\,\phi\,.\,\frac{1}{3}d + \frac{1}{2}d^2z + \frac{1}{2}d^2.Cot.\,\psi\,.\,\frac{1}{3}d.}{\frac{1}{2}d.\,(d\,(Cot.\,\phi + Cot.\,\psi) + 2z)} =$$

$$\tfrac{1}{3}d.\frac{d\,(Cot.\,\phi + Cot.\,\psi) + 3z}{d\,(Cot.\,\phi + Cot.\,\psi) + 2z};$$

distantia centri gravitatis T a linea verticali $= Tt' = x'$

$$= \frac{BEC \times Gg''' + ABEF \times G'''g' + AOF \times G'''g''}{OABC} =$$

$$\frac{BEC \times (OF + FE + Eg) + ABEF \times (OF + Fg') + AOF \times G'''g''}{OABC}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}d^2\, Cot.\,\phi(d\, Cot.\,\psi + z + \frac{1}{3}d\, Cot.\,\phi) + dz\,(d\, Cot.\,\psi + \frac{1}{2}z) + \frac{1}{2}d^2\, Cot.\,\psi\,.\,\frac{2}{3}d\, Cot.\,\psi}{\frac{1}{2}d\,(d\,(Cot.\,\phi + Cot.\,\psi) + 2z)}$$

$$= \frac{\frac{1}{3}d\, Cot.\,\phi.(d(Cot.\,\phi + Cot.\,\psi) + 2z) + 2d\, Cot.\,\psi(d(Cot.\,\phi + Cot.\,\psi) + 2z) + z(d(Cot.\,\phi + 2Cot.\,\psi) + 3z)}{d\,(Cot.\,\phi + Cot.\,\psi) + 2z}$$

$$= \tfrac{1}{3}.\frac{(d(Cot.\,\phi + Cot.\,\psi) + 2z).(d\,(Cot.\,\phi + 2Cot.\,\psi)) + z.d(Cot.\,\phi + 2Cot.\,\psi) + 3z^2}{d\,(Cot.\,\phi + Cot.\,\psi) + 2z}$$

$$= \tfrac{1}{3}.\frac{(d\,(Cot.\,\phi + Cot.\,\psi) + 3z).(d\,(Cot.\,\phi + 2Cot.\,\psi)) + 3z^2}{d\,(Cot.\,\phi + Cot.\,\psi) + 2z}.$$

Quodsi ope horum valorum, omnium virium functiones, in capite priori definitas, recte redigamus, acquirimus hosce noves valores:

1°. Si aqua stagnat.

Pressio horizontalis . . . . . $= \frac{1}{2}a^2$.

Pressio verticalis . . . . $= \frac{1}{2}a^2 \, Cot.\,\phi$.

Momentum pressionis horizontalis $= \frac{1}{6}a^3$.

Momentum pressionis verticalis . $= \frac{1}{2}a^2\,Cot.\,\phi\,(x + \frac{2}{3}a\,Cot.\,\phi)$

$= \frac{1}{2}a^2 Cot.\phi\,(d(Cot.\phi + Cot.\psi) + z - aCot.\phi + \frac{2}{3}aCot.\phi) = \frac{1}{2}a^2 Cot.\phi\,(d(Cot.\phi + Cot.\psi) - \frac{1}{3}aCot.\phi + z)$.

2°. Si aqua currit aut fluit.

Pressio horizontalis . . . . . $= \frac{3}{4}a\,.\,\frac{v^2}{4g}\,.\,Cos.\,\alpha'\,.\,Cosec.\,\phi$.

Momentum hujus pressionis . . $= \frac{3}{8}a^2\,\frac{v^2}{4g}\,.\,Cos.\,\alpha'\,.\,Cosec.\,\phi$.

3°. Si aqua aestuat et undis movetur.

Pressio hor. aquae, ut si stagnaret $= \frac{1}{2}(a + \frac{1}{2}b)^2$.

Pressio verticalis ejusdem . . . $= \frac{1}{2}(a + \frac{1}{2}b)^2\,Cot.\,\phi$.

Momentum pressionis horizontalis $= \frac{1}{6}(a + \frac{1}{2}b)^3$.

Momentum pressionis verticalis $= \frac{1}{2}(a + \frac{1}{2}b)^2 Cot.\phi(d(Cot.\phi + Cot.\psi) - \frac{1}{3}(a + \frac{1}{2}b)Cot.\phi + z)$.

Percussio horizontalis undae . . $= M\,.\,v'$.

Momentum percussionis horizont. $= \frac{1}{2}M\,.\,v\,(a + \frac{1}{2}b)$.

4°. Pondus aggeris $= \mu V = \frac{1}{2}\mu d\,(d\,(Cot.\,\phi + Cot.\,\psi) + 2z)$.

Momentum ponderis $= \mu V x' =$

$\frac{1}{6}\mu d\,[(d\,(Cot.\,\phi + Cot.\,\psi) + 3z)\,.\,(d\,(Cot.\,\phi + 2\,Cot.\,\psi)) + 3z^2]$.

5°. Attritus aggeris $= \rho\,.\,\mu\,.\,V = \frac{1}{2}\mu\,.\,\rho\,.\,d\,(d\,(Cot.\,\phi + Cot.\,\psi) + 2z)$.

6°. Effectus cohaerentiae in directione horizontali $= \gamma\,(x'' + 2V) =$

$\gamma\,(d(Cot.\phi + Cot.\psi) + z + d^2(Cot.\phi + Cot.\psi) + 2dz) = \gamma((1 + d)(d(Cot.\phi + Cot.\psi) + z) + zd)$.

Momentum cohaerentiae $= \gamma\,(\frac{1}{2}x''^2 + 2x'V) =$

$\gamma[\frac{1}{2}(d(Cot.\phi + Cot.\psi) + z)^2 + \frac{1}{3}d(d(Cot.\phi + Cot.\,\psi) + 3z)\,.\,d(Cot.\phi + 2Cot.\,\psi) + 3z^2]$

His ita definitis, videamus quomodo, in singulis aggerum specicbus, sectionis transversae mensura inveniatur.

§. I.

De mensura aggerum, quibus aqua stagnans retinetur.

Primum igitur consideremus aggeres qui fossarum, rivulorum, aut parvorum lacuum aquam ab agris separant; etsi enim in hisce aqua numquam fere stagnat, tamen illa quae ex ejus motu oritur actio, tam est parva, ut facile omitti

ti possit, cum etiam, si quid possit efficere, aggeris majori firmitate, quam quae ad aequilibrium constituendum requiritur, sponte vincatur.

Quos igitur nunc spectamus aggeres, eos tantummodo ab aquae stagnantis pressione affici intelligimus. Praeponimus autem, (idque de omnibus cujuscunque generis aggeribus intellectum velimus,) aggeris fundamentum sive solum, quo est superstructus, esse firmum, ipsumque aggerem et cum solo firmissime cohaerere et propria cohaerentia satis superque valere; quid enim requiratur ad fundamentum, si deficiat, firmandum, atque ad aggerem validissime construendum, nunc non persequimur, cum haec omnia, quantum in nobis sit, postea simus explicaturi.

Aqua stagnans suo premit pondere, ut modo vidimus, in directione horizontali et verticali; agger resistit suo pondere, hujusque attritu, deinde cohaerentia; hanc resistentiam quodammodo superare illam, quae facit aequilibrium, concipiamus, sitque ratio inter hasce resistentias q, ita ut, si hujus aggeris, qui aequilibrium praebet, resistentia sit 1, illius, qui plus resistit, sit q; hinc intelligitur, aggeris motum impediri, si hae conditiones, quas Cap. I, initio, praeposuimus, locum obtineant.

1. Conditio, qua impeditur quominus agger horizontaliter moveatur:

attritus + cohaerentia = q. pressioni horizontali aquae.

2. Conditio, qua impeditur quominus agger invertatur:

momentum pressionis verticalis aquae + momento ponderis + cohaerentiae momento = q. momento pressionis horizontalis aquae.

Quanti sint valores harum virium modo designavimus, sed quod ad valorem attritus, ei accedit valor attritûs, qui oritur e pressione verticali aquae; haec enim premit aggeris partem externam contra solum, augetque attritum; suffectis igitur hisce valoribus, sequitur:

$$\tfrac{1}{2}\mu\rho d(d(Cot.\phi + Cot.\psi) + 2z) + \tfrac{1}{2}\rho a^2 Cot.\phi + \gamma((1 + d)(d(Cot.\phi + Cot.\psi) + z) + dz) = q.\tfrac{1}{2}a^2 \quad \ldots\ldots (a)$$

$$\tfrac{1}{2}a^2 Cot.\phi\,(d(Cot.\psi + Cot.\psi) + z - \tfrac{1}{3}a\,Cot.\phi) + \gamma.\tfrac{1}{2}(d(Cot.\phi + Cot.\psi) + z)^2 + \tfrac{1}{2}(\mu + 2\gamma)d([d(Cot.\phi + Cot.\psi) + 3z].d(Cot.\phi + Cot.\psi) + 3z^2) = \tfrac{1}{6}.q.a^3. \; (b)$$

Primam functionem sic scribamus:

$$[\mu.\rho d + 2\gamma(1 + d)][d(Cot.\phi + Cot.\psi) + z] + \rho a^2 Cot.\phi + d(\mu\rho + 2\gamma)z = q.a^2,$$

quae cum contineat duos terminos ipsa $Cot.\phi$ affectos, unum autem qui per $Cot.\psi$ multiplicatur, patet, primum, ut dicunt, aequationis membrum, seu, quod huic aequale est, $q.a^2$, fieri majorem si $Cot.\phi$ accrescat, quam si $Cot.\psi$ augeatur; ergo ipsa q, id est aggeris resistentia, major fit, si augemus exteriorem declivitatem, quam interioris declivitatis augmento fieri potest.

Idem valet de altera aequatione; in hac enim primus terminus, qui per $Cot. \phi$ multiplicatur, majorem accipit valorem augendo $Cot. \phi$ quam $Cot. \psi$; ideoque cum omnes termini sint positivi, (sicut prima aequatio nullos habet terminos negativos,) q, sive resistentia, quam praebet agger momento rotatorio aquae, major erit pro leniore declivitate externa, minor pro leniore interna declivitate. (Conf. supra L^a. B.)

Si aggeris cohaerentiam excludamus, prima aequatio habebit hunc valorem,

$$\mu \rho d.(d(Cot. \phi + Cot. \psi) + 2z) + \rho a^2 \; Cot. \phi = q.a^2;$$

quare omnis aggeris resistentia horizontalis posita est in ipsa attritûs quantitate; hic enim, ni adsit, praebet

$$o = q.a^2;$$

id est, agger praebet nullam resistentiam si abest particularum attritus, sed aquâ, qua est vi, horizontaliter movebitur: hinc igitur apparet, quod Cap. I. §. 7. praemonuimus, nimirum, aggerem plus resistere ope particularum attritûs, quam ope ipsarum cohaerentiae.

Altera aequatio nullo modo pendet ab attritu, eaque certum etiam habet valorem si absit cohaerentia, ergo ipse agger plus resistere debet horizontali aquae actioni, ne dimoveatur, quam ne invertatur; ex eo colligimus: subsistentibus attritu et cohaerentia, datisque mensuris z, $Cot. \phi$, $Cot. \psi$, resistentiam q in prima aequatione fore minorem quam in altera aequatione; ergo in singulis aequationibus q est diversi valoris, et minor quidem est ille valor in prima aequatione, quam in altera, ideoque si, inversa ratione, ope primae aequationis aggeris mensuram determinaverimus, haec erit major quam quae alteri aequationi satisfacit, quare si agger ita est constitutus ut motui horizontali valide obstet, eadem certo vi impeditur motus rotatorius.

Ipsae aequationes (a) et (b), quae diversa motus genera definiunt, omnino a se invicem sunt diversae, et hanc ob causam, ipsas conjungere non possumus ad aggeris mensuram determinandam; forte enim quis opinetur, aggerem tum esse firmissimum, cum utrique motus generi peraeque resistat, ideoque translato valore ipsius q ex prima aequatione in alteram, et definitis z et ψ, inveniri justum valorem ipsius ϕ ex hac transformata aequatione; sed cum haec ipsa inventio pendeat a resolutione aequationis secundi gradus, cujus omnes termini sunt positivi, fiet ut radices hujus aequationis accipere possint imaginarium valorem, quod si fiat, cum absurdum sit, omnino oportet ut illis aequationibus separatim utamur. Haec autem quae hucusque monuimus si nunc minus appareant, at certe mox patebunt, cum ipsas aequatio-

nes

nes calculo subjicimus: monuisse nunc sat sit, ipsas aequationes (a) et (b) non posse conjungi ad aggeris mensuram exhibendam.

Jam igitur adsignemus ipsis quantitatibus z, ψ, q et ϕ exactiores mensuras: earum autem si tres sint cognitae, quarta ope aequationis (a) definitur; cum vero, ut monuimus, praeter hanc aequationem, nulla adsit alia, quae hunc in finem nobis possit inservire, illas tres quantitates ope experientiae invenire conabimur; eligimus idcirco verticis crassitiem z, interioris declivitatis rationem ψ, et aggeris resistentiam q: his etenim inventis, aequatio (a) praebet, (*Fig.* 9.),

$$Cot.\,\phi = \mathrm{EC} = \frac{qa^2 - (\mu\rho\, d + 2\gamma(1+d)).(d\, Cot.\,\psi + z) - d(\mu\rho + 2\gamma)z}{\mu\rho d^2 + 2\gamma d\,(1+d) + \rho a^2}. \quad (c)$$

a. De vertice z. Vertex tantus esse debet, qui vel maximo venti impulsui per se resistat, etiamsi terrae multis imbribus sint emollitae, ideoque valida cohaerentia non contineantur; si vero cohaerentia valida absit, aqua facile quidem penetrat, et ipse vertex, ita emollitus, tantam facit proprii ponderis jacturam, quanti ponderis est massa aquae ejusdem quo vertex voluminis. Vidimus, Cap. I. §. 4, venti actionem maximam in planum quadratum unius metri esse 238,83 librarum; ponamus igitur massam terream, parallelopipedi forma gaudentem, sitque hujus parallelopipedi longitudo $= z$, altitudo autem et latitudo sint unius metri, ita ut vento illo turbidissimo offeratur planum unius metri quadrati, erit pondus hujus parallelopipedi $= \mu . z$, nam volumen est z metrorum cubicorum, (quoniam alterum laterale planum est metrum quadratum;) pondus ejusdem voluminis aquae erit z, quare si totum hoc parallelopipedum aqua est emollitum, valet ejus pondus resistens

$$\mu z - z = (\mu - 1)\,z,$$

cohaerentia autem abest, sed adest attritus, $\rho\,(\mu - 1)\,z$, in planum, quo superimpositum est parallelopipedum, hinc, quoniam $\rho\,(\mu - 1)\,z$ sola resistit, sequitur

$$\rho\,(\mu - 1)\,z = 238{,}83 \text{ sive } = 239 \textit{ libris},$$

$$\text{unde } z = \frac{239 \textit{ libris}}{\rho\,(\mu - 1)};$$

sed libra belgica est massa aquae, uno cubico decimetro contentae, ergo, cum metrum cubicum contineat 1000 decimetra cubica, ipsiusque aquae gravitas specifica $= 1$, valent 239 librae 0,239 metris cubicis; hinc

$$z = \frac{0{,}239}{\rho\,(\mu - 1)},$$

id est pro argilla $z = 0{,}14$ *metris*.
pro terra $z = 0{,}25$ . . .
pro arena $z = 0{,}23$ . . .

Habemus igitur verticem haud ita magnum, etiamsi terrarum conditio sit pessima; sed quam invenimus mensuram, eam tantummodo pro aequilibrio valere apparet; ergo crassior sit vertex requiritur. Qui dantur aggeres minores, haud alti, quique fossarum aquas ab agris tantum praecludunt, neque alio insuper officio fungi debent, habent verticem, ad minimum $0{,}5^m$ crassum, sed simulatque editiores sint aggeres, vertices etiam inveniuntur latiores, plerumque unius metri, interdum duorum: tanti autem vertices tribuuntur non modo ut sint aggeres firmiores, sed ut semitarum officio fungantur; tum enim uno metro minor vix esse potest verticis amplitudo. Sic igitur usus sponte praebet firmissimos vertices: cum vero amplitudines diversas facere debemus, considerabimus aggeres, quorum vertices sunt 1 et 2 metra lati.

b. Mensura declivitatis interioris. Tanta sit declivitas interior OA aggeris, aquam stagnantem tenentis, ut terra triangulo OAF contenta, non modo stet firmiter ipsa, verum etiam, retineat quodammodo terras rectanguli ABEF, quae, etsi pro aggeribus humilibus sponte fere stant, tamen valide interdum commoventur corporibus super verticem motis, veluti curribus et equis; hanc declivitatem calculo exigere non possumus, sed docet experientia, idque a terrarum natura non abhorret, declivitatem interiorem, pro aggeribus, in quos nunc inquirimus, esse firmissimam, si sit aequalis illi, quam sponte efficiunt terrae leviter accumulatae, ideoque non cohaerentes, sed solo particularum attritu retentae.

Vidimus autem, Cap. I. §. 7 et 8,

pro argilla . . . . $\psi = \vartheta = 45°$;
pro terra . . . . $\psi = \vartheta = 37°$;
itemque pro arenae et argillae mixto . . . . $\psi = \vartheta = 37°$;
pro terra cum arena mixta $\psi = \vartheta = 34°$;
pro arena . . . . $\psi = \vartheta = 32°$;
ergo pro argilla . . . . . $Cot. \psi = Cot. 45° = 1$;
— pro terra, caet. . . . . $Cot. \psi = Cot. 37° = 1{,}327 =$ fere $1{,}3 = \frac{13}{10}$;
— pro terra cum arena . $Cot. \psi = Cot. 34° = 1{,}482 =$ fere $1{,}5 = \frac{15}{10}$;
— pro arena . . . . . . $Cot. \psi = Cot. 32° = 1{,}6$ $= . . . . = \frac{16}{10}$.

c. De valore relativo resistentiae aquae. Designavimus aggeris resistentiam relativam literâ q; incognita est haec resistentia, utque recte innotes-

tescat postulatur justa mensura aggeris, quem satis resistere longa experientia probavit, tum enim ope aequationis (a) valor ipsius q invenitur; quoniam, cognitis omnibus mensuris, haec quantitas q unica est aequationis *incognita*. Conveniunt autem fabri, aggerum construendorum periti, aggerem ex argilla confectum, vario vertice praeditum, si habeat utramque declivitatem aequalem, resistere firmissime, id est, si $Cot. \phi = Cot. \psi = 1$. Hoc igitur uti possumus exemplo ad aggeris firmitatem relativam determinandam; haec autem cum ope aequationis (a) inveniri oporteat, quae, praeter data $Cot. \phi$, $Cot. \psi$ et z, continet d et a, data quidem, sed nondum definita, primum moneamus oportet

d. de altitudine aggeris et aquae. Aggeres, quibus aqua stagnans retinetur, altitudinem 2,5 metrorum raro superant, sed inde ab uno metro usque ad fere duo metra, quod ad altitudinem, inveniuntur frequenter; et tum tam sunt alti ratione aquae, ut, si haec, tempore hiberno, ad maximam accreverit notam, aggeris inter et aquae altitudinem adsit differentia 0,4, 0,5 aut 0,6 metrorum; quare si agger sit 2,5 metra altus, premitur hicce ab aqua, 2 metra supra solum stagnanti (13).

c. Ponamus aggerem argillaceum, maxima altitudine, minimo vertice praeditum; hujus enim resistentia est omnium minima, id est, si talis agger valide resistit, resistent et alii, quorum majores sunt vertices aut minores altitudines: habemus igitur $d = 2{,}5$, $a = 2{,}1$, $z = 1$, $Cot. \phi = Cot. \psi = 1$; $\mu = 2{,}621$, $\rho = 1$, $\gamma = 0{,}7$, itaque si has quantitates in generalem aequationem (a) inferamus:

$$(2{,}621 . 25 + 1{,}4 . 5{,}5) . (2{,}5 . 2 + 1) + 4{,}41 + 2{,}5\ (2{,}621 + 1{,}4) = 4{,}41 . q;$$

$$11{,}452 . 6 + 4{,}41 + 10{,}053 = 4{,}41 . q.$$

$$q = \frac{83{,}175}{4{,}41} = 18{,}84.$$

Ut autem confirmetur, quod supra de utraque aequatione, tum (a), cum (b)

(13) Haec autem non est regula generalis, quae pro aggerum altitudine ubique valet; sunt enim nostris in regionibus aggeres, ad aquam stagnantem retinendam designati, qui tempore etiam hiberno aut hoc fere finito, unum quidem metrum aut plus aquâ retinendâ sunt altiores; immo adsunt aggeres, quorum declivitas exterior nulla premitur aqua; qui itaque non premuntur, nullamque aquam retinent; eo autem consilio tales aggeres ponuntur, inque tantam perducuntur altitudinem, ut, regionibus vicinis calamitate quadam inundatis, aqua ad aggerem usque tantum profluat, eoque tunc retineatur, ne super proximos agros effundatur. In hisce igitur altitudo aggeris ad proximi soli altitudinem dimensa est; quodsi agri, aggere muniendi, altiores sunt agris vicinis, qui, ob humiliorem situm ratione aliarum regionum, forte inundari possent, aut qui contra talem inundationem satis muniti non sunt, aggerum altitudo secundum regulam exhibitam designari potest; simulatque autem agitur de humilioribus agris, qui altiorum agrorum aquis noceri possent, hujus humilioris situs in aggerum altitudine definienda habeatur ratio omnino oportet.

(b), monuimus, eam ob causam iidem valores inferantur in alteram aequationem (b):

$$3.4{,}41\,(2{,}5.2+1-0{,}7)+3.0{,}7\,(2{,}5.2+1)^2+(2{,}621+1{,}4)\times$$
$$2{,}5.([2{,}5.2+3].2{,}5.3+3)=9{,}261.q;$$
$$13{,}23.5{,}3+2{,}1.36+4{,}021.2{,}5.63=9{,}261.q;$$
$$q=\frac{779{,}026}{9{,}261}=84{,}12:$$

apparet igitur, si agger validissime resistat motui horizontali, eundem multo validius impedire, quominus invertatur.

Si autem q in utraque aequatione eundem habuisset valorem, hic, si ex prima aequatione (a) inferatur in alteram (b), praeberet:

$$3a^2\,Cot.\phi\,(d(Cot.\phi+Cot.\psi)+z-\tfrac{1}{3}a\,Cot.\phi)+3\gamma\,(d(Cot.\phi+Cot.\psi)+z)^2+$$
$$d(\mu+2\gamma)[(d.(Cot.\phi+Cot.\psi)+3z).d.(Cot.\phi+2Cot.\psi)+3z^2]=\mu\rho da(d(Cot.\phi+Cot.\psi)$$
$$+2z)+\rho a^3\,Cot.\phi+2\gamma a.[(1+d)(d(Cot.\phi+Cot.\phi)+dz];$$

Suffectis autem numeris pro a, d, z. $Cot.\psi$, μ, γ et ρ,

$$13.23\,Cot.\phi\,(2{,}5.\,Cot.\phi+3{,}5-0{,}7.\,Cot.\phi)+2{,}1\,(2{,}5\,Cot.\phi+3{,}5)^2+$$
$$2{,}5.4{,}021.([2{,}5\,Cot.\phi+5{,}5].[2{,}5\,Cot.\phi+5]+3)=2{,}621.2{,}5.2{,}1.(2{,}5\,Cot.\phi+4{,}5)$$
$$+9{,}261\,Cot.\phi+1{,}4.2{,}1.(3{,}5.2{,}5.\,Cot.\phi+3{,}5.2{,}5+3{,}5+2{,}5),$$

hinc: $99{,}764\,Cot.^2\,\phi+277{,}535.\,Cot.\,\phi+227{,}026=0;$

sequitur autem ex aquatione generali

$$\alpha\,x^2+\beta\,x+\gamma=0$$
$$x=-\frac{\beta}{2\alpha}+\frac{1}{2\alpha}\sqrt{(\beta^2-4\,\alpha\,\gamma)},$$

ergo si $4\,\alpha\,\gamma>\beta^2$, erunt aequationis radices imaginariae, hoc vero nunc locum habet, nam $\alpha=99{,}764$; $\beta=277{,}535$; $\gamma=227{,}026$, ergo $4\,\alpha\,\gamma=90596$ multo major quam $\beta^2=77026$.

Hoc exemplo apparet, quod supra praemonuimus, nimirum: aequationes (a) et (b) non posse conjungi ad aggeris mensuram determinandam, sed separatim ipsas praebere varias mensuras, quarum quae major est, justam indicare mensuram, minorem enim esse rejiciendam; majorem quidem illam mensuram haberi ope aequationis (a), ideoque ipsum aggerem horizontali aquae vi non movendum, validissime etiam impedire quominus hac vi invertatur.

e. Mensura aggerum e diversa materia confectorum. Invento $q=18{,}84$, invenire nunc possumus declivitates exteriores aggerum, ex alia materia, quam argilla, compactorum, dummodo hisce aggeribus tribuamus eandem altitudinem $2{,}5^m$, eundemque verticem 1^m; namque si in tertia aequatione (c) ponimus pro μ, ρ, γ et $Cot.\,\psi$ valores, qui cuique materiae conveniunt, cog-

cognoscentur declivitatum exteriorum rationes: hoc autem instituto invenietur 1°. pro terra sive pro argilla cum arena commixta, cujus materiae $\mu = 2{,}401$, $\rho = 0{,}753$, $\gamma = 0{,}4$. $Cot.\ \psi = 1{,}3$,

$$Cot.\ \phi = 1{,}7;$$

2°. pro arena cum terra commixta, dum $\mu = 2{,}533$, $\rho = 0{,}687$, $\gamma = 0{,}2$, $Cot.\ \psi = 1{,}5$

$$Cot.\ \phi = 2{,}9;$$

3°. pro arena pura, quae habet $\mu = 2{,}665$, $\rho = 0{,}625$, $\gamma = 0$, $Cot.\ \psi = 1{,}6$,

$$Cot.\ \phi = 4{,}4.$$

Sic igitur aggeres e terra aut arena aut mixto quodam genere comparati, peraeque resistunt atque agger argillaceus, qui habet utramque declivitatem aequalem, et cujus resistentia est ad aquae pressionem $= 18{,}84 : 1$; illarum declivitates exteriores eo fiunt majores, quo minores sunt attritus et cohaerentiae valores, idque evidens est, namque, si minor v. c. sit cohaerentia, aquae pressione verticali eo facilius moventur terrarum particulae a plano inclinato BC (*Fig.* 9.), ita ut hoc nullo modo possit impediri, nisi augendo hanc declivitatem; tum enim gravitatis actio eo validius resistit. Sed nascitur ex magnis declivitatibus quoddam incommodum, scilicet, ut magnum soli spatium occupent; sic, si adfuerit agger ex arena comparatus, cujus altitudo $AF = 2{,}5^m$, vertex $AB = 1^m$, esset $OF = AF . Cot.\ \psi = 2{,}5 \times 1{,}6 = 4^m$, $EC = BE\ Cot.\ \phi = 2{,}5 \times 4.4 = 11$, ergo $OC = 4 + 1 + 11 = 16^m$, quod est insigne spatium, fac autem omne solum esse arenosum, deterrimae speciei, jactura quae fit ex magno illo spatio non erit magna, sed ob majorem perimetrum OABC, graves erunt curae, multisque opus erit sumtibus ad aggerem curandum, si quodammodo deficiat.

At usus docet tantas non postulari declivitates exteriores; nam praeterquam quod aggeres, qui aquam stagnantem retinent, raro sint altiores 1,7 metris, si accidisset ut agger ex mera arena construeretur, hic a parte aquae ita posset vestiri aut muniri, (ut postea docebimus,) ut sine ullo detrimento externa declivitas internae declivitati aequari posset, quemadmodum pro argilla locum habet; et quod ad aggeres, qui ex terra aut ex mixto terrarum genere conficiuntur, possunt etiam his aequales tribui declivitates; cohaerent enim, et quamvis tantum non resistant, quantum agger argillaceus, tamen satis restituunt aquae, ni stagnanti at certe magnos impetus non facienti; namque factis declivitatibus utrimque aequalibus, erit

aggeris argillacei resistentia relativa $= 18{,}84$;
aggeris terreae resistentia relativa $= 16{,}60$;
aggeris ex arena et terra restit. relat. $= 13{,}50$;

aggeris arenosae resistentia relativa $= 10,50$;

cum igitur aggeres non sint alti, potest is, qui e terra constat, aequalibus declivitatibus construi, immo etiam alter qui e terra et arena componitur; si autem constat ex arena mera, ita posset quidem muniri, ut aequali utrimque declivitate sufficientem praeberet resistentiam; quod postea videbimus.

Si aggeres non sunt alti, v. c. si altitudine dimidium metrum parum superant, non postulatur ut talis aggeris minoris declivitates sint ad altitudines ut $1 : 1$; *Cot.* ϕ = *Cot.* ψ tum esse possunt $= \frac{1}{2}$, dummodo materia sit bona; nam praeterquam quod tales aggeres minores vix ab aqua afficiantur, minus etiam in se ipsa terra subsidere cogitur si humilis agger.

Valent haec omnia pro varia aggerum altitudine et pro vario vertice, si enim definitis declivitatibus, et dato vertice, aggeris resistentia est valida, haec ipsa minime minuitur si verticis latitudo agetur; et quod ad altitudinem, vidimus, si haec est maxima, resistentiam fore validam.

f. De pedibus aggeris; nam, praesertim si notabilis sit aggeris altitudo, ipsius stabilitas, ut jam monuimus, pedibus efficitur; quaeritur autem quanti hi pedes esse debent? Tentabimus igitur num calculo possimus confirmare quod experientia docet.

Sit fossa, KPQ (*Fig.* 9.) qua aqua stagnans continetur. Solum KC secundum lineam obliquam KP est effossum, statque ipsum, nec horizontaliter premitur, ita ut subsidant terrae, sed impeditur hoc declivitate KP, cui accedit pressio horizontalis aquae contra KP; hanc autem pressionem abesse cogitemus.

Simulatque aggere oneretur solum, ipsius pressio horizontalis quodammodo augetur; quodsi verticalem CM ducamus, haec priusquam aggeris pondus accedat, utrimque tum a terra OCM, cum a terra KCM peraeque premitur manetque in aequilibrio, sed, aggere superstante, pressio horizontalis versus CK superat horizontalem pressionem oppositam in directione KC; retinetur trapezium CKPM solo triangulo KRP, igitur qua vi rectangulum CKRM impeditur, quominus moveatur super lineam PM, hac ipsa vi ferat horizontalem pressionem, ab aggeris pondere orientem, necesse est; nam ipsa vis qua terra MCK subsideret, retinetur aequali vi a parte terrae OCM agenti; rectangulum CMRK movetur, si vincantur ejusdem cum solo PM cohaerentia et attritus; hinc, factis CK $= x$, KR $= h$, erit attritus valor rectanguli CKRM supra lineam MR, aut aliam quamcunque horizontalem $= \rho \cdot \mu \cdot h\, x$, et valor cohaerentiae $= \gamma\, (x + 2\, h\, x)$, cumque $\rho = Tang.\ \delta$, erit totius resistentiae summa $= (\mu\, h\, Tang.\ \delta + \gamma\, (1 + 2\, h))\, x$, quae, ne motus habeat locum, aggeris ho-

horizontali pressioni aequalis esse debet. Est aggeris pondus, ut vidimus,

$$= \tfrac{1}{2}\mu d\,(d\,(Cot.\,\phi + Cot.\,\psi) + 2z),$$

porro $OC = d\,(Cot.\,\phi + Cot.\,\psi) + 2z,$

hinc, si pondus totum peraeque premat solum, (quod re quidem vera ita non est, sed nullus inde oritur error, si hoc nunc supponimus,) premitur quodvis lineae OC punctum pondere

$$\tfrac{1}{2}\mu d.\,\frac{d\,(Cot.\,\phi + Cot.\,\psi) + 2z}{d\,(Cot.\,\phi + Cot.\,\psi) + z};$$

terrae OCM sibi relictae, nec aggere depressae, sponte subsidunt, si altitudo CM certum excedit terminum, estque tum NM linea recta, angulo NMC = $\tfrac{1}{2}\delta$ ad verticalem CM proclinata, quae definit quantum terrae sit delapsum; est autem arenae nulla cohaerentia, tum NMC non = $\tfrac{1}{2}\delta$ sed = δ. (Conf. Cap. I. §. 7 et 8.). Pondus trianguli NMC premit quidem verticalem CM, sed terra opposita KCM reprimitur aequali vi; hinc si trianguli NCM pondus pondere aggeris, quod premit CN, auctum intelligamus, hoc ponderis augmento, ad verticalem CM adpresso, rectangulum KCMR moveri potest, quando cohaerentia et adtritus deficiunt; est CN = CM. *Tang.* NMC = $h.$ *Tang.* $\tfrac{1}{2}\delta$, ergo valor pressionis ipsius aggeris in lineam CN

$$= \tfrac{1}{2}\mu hd\,.\,Tang.\,\tfrac{1}{2}\delta.\,\frac{d\,(Cot.\,\phi + Cot.\,\psi) + 2z}{d\,(Cot.\,\phi + Cot.\,\psi) + z};$$

agit hocce pondus in directione verticali de, valetque in horizontali directione dh, de. *Tang.* $deh = de\,.\,Cot.$ NMC =

$$\frac{de}{Tang.\,\tfrac{1}{2}\delta} = \tfrac{1}{2}\mu hd\,.\,\frac{d\,(Cot.\,\phi + Cot.\,\psi) + 2z}{d\,(Cot.\,\phi + Cot.\,\psi) + z};$$

sequitur ideo

$$\tfrac{1}{2}\mu hd\,.\,\frac{d\,(Cot.\,\phi + Cot.\,\psi) + 2z}{d\,(Cot.\,\phi + Cot.\,\psi) + z} = (\mu h\;Tang.\,\delta + \gamma\,(1 + 2h)).\;x,$$

$$\text{unde } x = \frac{\mu hd.\,(d.\,(Cot.\,\phi + Cot.\,\psi) + 2z)}{2\,(\mu h\rho + \gamma\,(1 + 2h))\,.\,(d\,(Cot.\,\phi + Cot.\,\psi) + z)};$$

pendet igitur pedis amplitudo ab aggeris definito corpore, a soli conditione, et a fossae profunditate. Si vero negligamus rectanguli CKRM cohaerentiam cum fundo RM, omittitur terminus γ, in functionis denominatore praesens, majorque quidem fit pedis valor, non vero multo major, sed simpliciorem acquirimus functionem; sublato enim communi divisore h, sequitur:

$$x = \frac{\mu d.\,(d\,(Cot.\,\phi + Cot.\,\psi) + 2z)}{2\,(\mu\,Tang.\,\delta + 2\gamma).(d(Cot.\,\phi + Cot.\,\psi) + z)} = \frac{\mu\,d.\,(d.\;Cot.\,\psi + z)}{(\mu\,.\,\rho + 2\gamma)\,.\,(2d\,Cot.\,\psi + z)};$$

(quoniam $Cot.\,\phi = Cot.\,\psi$ fecimus). Aggeris pes ita igitur non pendet a fossae

 pro-

profunditate. Quodsi ponamus aggerem cujus $d = 1{,}8$ (fere 6 *ped.*), $x = 2$, qualem quidem reperimus, et si pro varia materia justas quantitates tribuamus ipsis $Cot.\psi$, ρ, μ, γ, innotescunt pedum valores:

pro argilla . . . . $x = 0{,}8$ metris,
pro terra . . . . $x = 1{,}0$ ——
pro mixto terrae genere $x = 1{,}3$ ——
pro arena . . . . $x = 1{,}8$ ——

qui omnino sufficere videntur, si aqua residat, aut vehementer non commoveatur; tum enim, quia terrae haud ita multum afficiuntur, brevi quidem pede satis stat agger firmus; ideoque functio antecedens usu potest venire si agatur de aggeribus, aquam residem retinentibus.

Attamen inveniuntur minores aggeres pedibus non praediti, possuntque revera ita subsistere, si et sint humiles nec si teneant aquam canalis, qui navigationi inservit; tum vero soli declivitas CS non sit diversa ab aggeris declivitate BC, sed unam eandemque cum hac efficiat declivitatem BT opus est; sic enim aggeris declivitas BC quasi ad fundum TQ producitur, et hic pedis officio fungitur; sed simulatque fossa U navigationi inserviat, pede idoneo omnino opus est, quo defendatur agger ab offensionibus, tum a navigiis, cum ab ipsa navigatione oriundis. Caeterum quod de pede exteriore diximus, dictum sit de pede interiore, quo inprimis opus est, si et ab agrorum parte aquae contiguus est agger.

Atque haec sufficiant de mensura aggerum quibus aqua fere immota retinetur; postularet res ut de aggeris regione sive directione diceremus, sed, praeterquam quod hanc hujus artis partem non exponamus, nulla fere regula generalis potest praescribi, cum aggeris directio terminetur aqua retinenda et agris, qui ab hac secludi debent; modo procedat agger uniformiter, id est nullis angulis acutis cito a directione priori deflectatur; nam ita minuitur cohaerentia uniformis in hac aggeris parte.

§. II.

De mensura aggerum, qui aquam currentem terminant.

Sequuntur aggeres quibus fluviorum aqua intra terminos continetur, ne supra ripas, quas Natura fecit, effusi, occupent agros, plerumque ipsis ripis humiliores. Afficiuntur nunc aggeres duabus viribus praecipuis; nam et premuntur fluvii aqua, ut si stagnaret, et ipso incurrente percutiuntur; hanc vim

vim functione $\frac{5}{4}a.\frac{v^2}{4g}$ *Cos.* α'. *Cosec.* ϕ designavimus (vid. supra L' C.), illaque, quae valet $\frac{1}{2}a^2$, jam sumus usi. Agger eadem semper actione resistit, quare illam aggeris resistentiam, qua motus horizontalis supra solum impeditur, invenire possumus eadem functione (a), supra §. I. allata, dummodo aquarum actionem ipsa functione seu valore $\frac{5}{4}a.\frac{v^2}{4g}$ *Cos.* α'. *Cosec.* ϕ, augeamus; quo autem facto, sequitur:

$$\tfrac{1}{2}\mu\rho d(d(Cot.\phi+Cot.\psi)+2z)+\tfrac{1}{2}\rho a^2 Cot.\phi+\gamma[(1+d).(d(Cot.\phi+Cot.\psi)+z)+dz]$$
$$=q.\tfrac{1}{2}a\,[a+\frac{5}{2}.\frac{v^2}{4g}.Cos.\alpha'.Cosec.\phi.];$$

quae reducitur ad:

$$[\mu\rho d+2\gamma(1+d)].[d(Cot.\phi+Cot.\psi)]+\rho a^2\,Cot.\phi+d\,(\mu\rho+2\gamma)z=$$
$$q.a\,(a+\frac{5}{2}.\frac{v^2}{4g}.Cos.\alpha'.Cosec.\phi);\quad\ldots\ldots\quad(a')$$

mittimus autem stabilitatis conditionem; haec enim locum habet omnino, si firmus est agger, quod calculo eodem modo potest apparere, quo idem in praecedenti §. I. confirmatum est, quod tamen hic repetere inutile arbitror.

Nunc eodem modo ac supra definiendi sunt valores d, $Cot.\psi$, z, a et q; quibus definitis, cum fluminis velocitatem v notam faciamus, itemque fluminis angulum incidentiae α', definire possumus $Cot.\phi$, ope aequationis (a'), nam hoc valore invento absolvitur aggeris mensura.

Sequimur tamen alium ordinem, qui hic magis convenit; nam primum dicendum est

a. de altitudine tum aggeris cum aquae. Constat inter omnes, fluviorum altitudinis notam vel maxime esse diversam diverso tempore; tum enim, et imprimis aestivo, minima est aquae altitudinis nota, et tam arcto in alveo interdum currit flumen, ut aggerum pedes ne tangat quidem, nec ad tantam notam posse accrescere videatur, ut metus adsit ne aggeres rumpantur; sed hieme appropinquante, aut ipso hiberno tempore, aut paullo ante verem, multae aquae, undis nivalibus imbribusque multis adductae, a flumine superiore, praecipiti cursu ostia properant, et tanto quidem impetu feruntur, ut aggeribus opus sit firmissimis non modo sed altissimis etiam, ad eas retinendas. Huc accedit interdum alterum periculum, ex aggerum aut riparum regione incommoda oriens, nimirum, quod aqua, si glacies coeperit solvi, et postquam in magna fragmenta sit divisa, quae, paullatim suggesta et accumulata, una mole omnem fluvium, quam sit largus, occupent, et ripis arctiori-

ribus, aliisque angustiis, immo ipsa interdum glacie inferiori nondum soluta; retineantur, sistantur, et tandem aggeris instar aquam superiorem ab inferioribus fluvii aquis praecludant, quod aqua, inquam, hac glaciei aggere fixo in motu versus ostia impediatur, ideoque, nova continuo accedente copia, ad tantam accrescat altitudinis notam, qua magno cum periculo vertices aggerum possit superare, superque hos libere effundi. Hasce ob causas aggeris altitudinem inter et aquae maximam altitudinis notam, nulla saepius adest differentia; quum vero non omnibus in locis tanta quanta monuimus pericula minentur, convenit si aggeres aquarum maximam altitudinem, quae nota est, o,8 metro superent; sed ne calculi inutiliter augeantur, in generali nostra functione faciamus $d = a$. Quod vero ad absolutum altitudinis valorem, hic, si regulari et idonea aggerum regione terminatur flumen, maximus est a parte superiori, indeque ad ostia paullatim minuitur, sed quoniam hae altitudines pro nostra patria, nobis non recte sint cognitae, ipsas facimus 3, 4, 5 usque ad 10 metrorum; est itaque $d = a = 3, = 4, = 5, =$ caet. $= 10$.

b. De verticis amplitudine. Si tanta est aquae copia, ut aggerum vertices ex aqua vix exstent, hi ipsi omnem aquae vim ferre debent, ideoque sint ampliores, quam qui ad venti fluminisque impulsui resistendum requiruntur, oportet; nam nullis praeter has viribus accedentibus, verticis amplitudo unius metri satis quidem valeret, sed aquis glaciei mole impeditis, motu ipsarum turbato, immo vero undis minoribus aggerum vertices vexantur, quam vim ut reprimant, habeant vertices ad minimum quatuor metrorum omnino postulatur; ubi vero magna est fluvii vis in aggerem, vertex augeatur requiritur, fiatque 5 aut 6 metra, aut ultra, latus. Ubi aggeres sunt humiles nec viarum officium praestant, sufficit etiam vertex duorum metrorum.

c. De interiore declivitate. Iisdem declivitatum interiorum valoribus, quos aggeribus aquam residem tenentibus tribuimus, et nunc uti nos posse docet experientia, dummodo fluvii impulsui fortiori non sit oppositus agger, nec satis valere posse hae declivitates videntur, iis locis, quibus et glacies posset retineri, et aqua ad verticem usque adduci; namque (*Fig.* 10.) si aquae vis agat ad verticem B in directione BA, hic facile deficit, nisi a parte posteriori retineatur agger; ergo cum aqua non tangit verticem, satisque valet agger declivitate interiore AH, non sequitur eum esse firmum si maxima aquarum vis in verticem seu in aggeris partem superiorem exerceatur, sed majori quidem interiore declivitate AO haec actio impeditur; ea enim revera est aggeris adminiculum, impeditque tum etiam validius quidem quam externa declivitas, quominus aut ipse agger moveatur super solum, aut ejus pars

su-

superior ab ipso separetur. Quantus vero justus sit hujus declivitatis valor, calculo vix definitur, sed, probante experientia, facimus declivitatem exteriorem tantam, quanta requiritur ad terras facile retinendas, id est tantam, quantam eam pro diversa materia supra, §. I, fecimus, dummodo aggeris positio sit opportuna, nec ideo aquarum maximo impetui exposita; si vero virium majori efficacia vexetur, convenit eam dimidio prioris valoris augere, immo si fluvio prorsus sit expositus, et superiorem aquam debet tenere opus est declivitate interiore duplo majori: itaque cum aggeres, quos nunc consideramus, componantur ex argilla, ex argilla cum arena mixta, forte etiam ex materia minus bona, (velut si aut cum terra fuisset commixta arena, aut majori arenae copia admixta fuisset argilla,) numquam vero, quantum scio, ex mera arena, facimus, ut supra

pro argilla . . . . $Cot.\,\phi = 1$ aut $= 1{,}5$ aut $= 2$;

pro terra . . . . $Cot.\,\phi = 1{,}3$ aut $= 1{,}9$ aut $= 2{,}6$.

d. De valore relativo resistentiae. Nunc etiam eo uti possumus resistentiae valore, quem de aggeribus aquam stagnantem tenentibus satis valentem invenimus; nam valente omnino tali aggere, si, ratione fluminis efficaciae corpore tantum augeatur, ut aequali resistat vi, qua resistit, si stagnet aqua, hicce agger pari quidem modo valebit; ergo definitis aggeris altitudine, vertice et interiore declivitate, si, facta exteriore declivitate interiori aequali, aggeris resistentia determinetur casu, quo aquam ad verticem usque stagnantem retinet, hicce resistentiae valor ille erit, quem quantitati q tribuimus: hoc autem admisso, ita quidem possumus evitare hujus valoris determinationem; namque aequatio (a), § I proposita, cujus ope resentiae valor invenitur, sic se habet:

$$[\mu\rho d + 2\gamma(1+d)].[d(Cot.\,\phi + Cot.\,\psi) + z] + \rho a^2 Cot.\,\phi + d(\mu\rho + 2\gamma)z = qa^2,$$

ergo factis $a = d$ et $Cot.\,\phi = Cot.\,\psi$, erit

$$q = \frac{[\mu\rho d + 2\gamma(1+d)].[2d\,Cot.\,\psi + z] + \rho d^2 Cot.\,\psi + d(\mu\rho + 2\gamma)z}{d^2}$$

valor resistentiae, quocunque in casu determinandae, et loco q in aequatione (a') inferendae; cum vero, quas continet aequatio (a') quantitates d, z, ψ caet., hic eaedem occurrant, multo simpliciorem reddimus calculum, substituendo hunc valorem ipsius q in aequatione (a'), quo facto, et posito $a = d$, sequitur nova aequatio

$$\begin{aligned}(\mu\rho d + 2\gamma(1+d)].[d(Cot.\,\phi + Cot.\,\psi) + z] + \rho d^2 Cot.\,\phi + d(\mu\rho + 2\gamma)z \\ = ([\mu\rho d + 2\gamma(1+d)].[2d\,Cot.\,\psi + z] + \rho d^2 Cot.\,\psi + d(\mu\rho + 2\gamma)z) \times \\ (1 + \frac{5}{2d}.\frac{v^2}{4g}\,Cos.\,\alpha'.\,Cosec.\,\phi.), \quad \ldots\ldots\ldots \quad (a')\end{aligned}$$

 quae

quae si explicetur et ideonea ratione colligatur, prodit

$d[(\mu+1)\rho d+2\gamma(d+1)].[Cot.\phi - Cot.\psi] =$

$(2[\mu\rho d+\gamma(2+d)]z+[(2\mu+1)\rho d+4\gamma(1+d)]\,d\,Cot.\psi).\frac{5}{2d}.\frac{v^2}{4g}.Cos.\,\alpha'\,Cosec.\,\phi;$

cum vero $Cot.\,\phi = \frac{Cos.\,\phi}{Sin.\,\phi}$ et $Cosec.\,\phi = \frac{1}{Sin.\,\phi}$, sequitur tandem si multiplicemus omnem functionem per $Sin.\,\phi$, deinde dividamus per $d[(\mu+1)\rho d+2\gamma(1+d)]$:

$$Cos.\phi - Cot.\psi.Sin.\phi = \frac{2[\mu\rho d+\gamma(2+d)]z+[(2\mu+1)\rho d+4\gamma(1+d)]Cot.\psi}{d[(\mu+1)\rho d+2\gamma(1+d)]}.\frac{5}{2d}.\frac{v^2}{4g}Cos.\alpha'.\ (\alpha')$$

faciamus autem $Cot.\,\psi = \frac{Cos.\,\psi}{Sin.\,\psi}$, itaque scribamus aequationem:

$$Cos.\,\phi - \frac{Cos.\,\psi}{Sin.\,\psi}.Sin.\phi = \beta,$$

sive $Sin.\,\psi\ Cos.\,\phi - Sin.\,\phi\ Cos.\,\psi = \beta\ Sin.\,\psi;$

$-(Sin.\phi Cos.\psi - Sin.\psi\,Cos.\phi) = -Sin.(\phi-\psi) = \beta\,Sin.\psi = Sin.(-(\phi-\psi));$

unde $\phi = \psi - Arc.\ Sin.\ (\beta\,Sin.\,\psi);\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (\alpha'');$

quodsi hicce valor sit negativus altero utendum est valore

$\phi = \psi + Arc.\ Sin.\ (\beta.\ Sin.\psi) - 180°:\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (\alpha'');$

determinata igitur pro variis mensuris

$$\beta = \frac{2[\mu\rho d+\gamma(2+d)]\,z+[(2\mu+1)\rho d+4\gamma(1+d)]Cot.\psi}{d[(\mu+1)\rho d+2\gamma(1+d)]}.\frac{5}{2d}.\frac{v^2}{4g}\ Cos.\alpha'$$

facili quidem calculo cognoscimus angulum ϕ declivitatis exterioris, cujus *cotangente* inventa, absolvitur, quod de aggerum mensura determinanda restat.

e. Mensura declivitatis exterioris. Ope valoris β et formulae (α'') instituimus calculum pro argilla et pro terra; fecimus exempli gratiâ $Cot.\,\psi = 1\frac{1}{2} = 1{,}5$ pro argilla, itemque pro terra $Cot.\psi = 1\frac{1}{2}.1{,}3 = 1{,}9$, posito insuper $d = 6$, $z = 2$, deinde fluminis velocitatem $v = 2$ suffecimus; itaque ut maximum haberemus valorem, flumen in aggerem perpendiculariter inferri cogitavimus; quibus positis, invenimus:

pro argilla si $d = 6$, $Cot.\,\psi = 1{,}5$, fit $Cot.\,\phi = 1{,}7$;

pro terra si $d = 6$, $Cot.\,\psi = 1{,}9$, fit $Cot.\,\phi = 2{,}1$;

etiamsi igitur aggerem magnum, hujusque verticem minimum, fluminisque velocitatem insignem fecerimus, videtur tamen aggeres aequali fere declivitate satis resistere, differunt enim exteriores declivitates ab interioribus, duabus tantum partibus decimis; quod ex theoria adsumta ne aliter quidem fieri posset; namque ipsius fluminis percussionem pressioni similem cogitavimus, quam haud

haud ita esse magnam si per totam aggeris declivitatem dispertiatur facile conceditur, ideoque, ut resistentia non minuatur, declivitatis exterioris augmentum non erit magnum, multumque ita non differet a declivitate aggeris aquam stagnantem tenentis.

Verum enim vero non praebet nec praebere potest haec theoria veras mensuras; fit enim pro aggere, fluminis cursui parallelo, $\alpha' = 90^\circ$, $Cos. \alpha = 0$, ideoque $\beta = 0$, et hinc $\phi = \psi$, $Cot. \phi = Cot. \psi$; retinetur ergo aqua currens ab aggere, ut si stagnaret; et tamen tantas nonnumquam praebet effectus, atterendo continuo aggerem, ut hic, corpore quamvis valeat et exteriore declivitate, varia arte aliquando muniatur, ne pedetentim destruatur; quum vero ipsius aggeris formâ idem impediri nequeat, utpote ejus materia non sufficiat, tamen majori, quam quae ex superiori theoria sequitur, declivitate externa validius huic attritui resistitur; vidimus enim terras eo validius consistere, quo minus a positione horizontali differat planum declivitatis, efficitque major declivitas, quod, particulis quibusdam fluminis attritu abruptis, aggeris ruina minime insequatur, quod tamen fieri potest quando, minori existente declivitate, hujus partes inferiores sint divulsae, ideoque, detracta basi, quo nituntur superiores partes, hisque delapsis, aggeri desint vires, quibus fortiter resistat.

Profecto, si cursu regulari, nec variis obstaculis nec tempore diverso mutato, ad ostia tendat fluvius, ipsae mensurae modo inventae a veris haud ita multum discrepunt; at haec ita non sunt. Nam ubi fluvius, magna illa ab origine affluente copia, omni qua est vi, in aggerem incurrat, plus certo efficit quam pressio ista, qua ejus impulsus metiri solet; nam aqua certa velocitate adducta, et obstaculum feriens, hoc ipso impeditur; non potest resilire, ut si e vase fluat et planum oppositum offendat, sed rejicitur aquae sequentis impetu; hinc aut aggerem adscendit valido attritu, aut multos agitur in vortices aggerumque declivitates quasi excavit; accedat ventus, omnia perturbans, accedant multae aquae superiores, valido glaciei aggere impeditae, quibus omnibus ut aggeres resistant, fortiores sint iis, quos praebet noster calculus, nemo infitiatur. Nec vero si de fluminum percussionis theoria nil insuper fuisset desiderandum, illius ope justam haberemus mensuram, restarent autem multa quae natura quidem fiunt, at nostrum calculum effugiunt; quae cum ita sint, satius existimo, eas nunc referre aggerum mensuras, quas usus praebet idoneas, quam longis molestisque, iisque incertis calculis, in hoc negotio diutius morari.

Si cursu sinuoso ABCDEF (*Fig.* 12.) procedat flumen, aggeribusque utrimque terminetur, erunt quidem aggeres AB, ÁB, fluvii cursui paralleli, sed flu-

flumen incurrit in aggeris partem GH, obliqua directione oppositam, hinc deflectitur quodammodo sed iterum ferit aggerem EF, ubi ad sinum DEF pervenerit; dicuntur autem tales aggeres, quos fluvius impulsu afficit, *aggeres sub fluvio positi*; agger autem oppositus, uti BCD, dicitur *agger supra fluvium*, quoniam nil patitur ab impulsu fluminis, qui in oppositum aggerem exseritur, immo tanta non afficitur vi, quanta *agger parallelus*; flumen enim ab illius declivitate potius descendere conatur, quam eandem continuo atterere.

Talius aggeris externa declivitas, quantacunque sint ejus altitudo, vertex, et declivitas interior, vulgo sumitur interiori declivitati maximae aequalis, itaque sive haec pro argilla aut pro terra sit 1; 1,5, aut 1,5; 1,9, illa fiat tanta ut sit pro argilla $Cot. \phi = 1,5$, pro terra $= 1,9$; sin majori opus fuisset interna declivitate, major etiam postularetur declivitas exterior; haec enim superet illam omnino quidem licet, numquam vero sit minor.

Aggerum parallelorum declivitates magis quidem a fluvio teruntur, sintque ideo majores ad hanc vim, quantum possit fieri, minuendam, quam quae aggeribus supra fluvium positis opus sunt, supra monuimus. Quamplures aggeres paralleli, aut ni paralleli at certe fluvii impulsui vix oppositi, habent

pro argilla . . . . $Cot. \phi = 2$ aut $= 2,5$;

pro terra aut argilla cum arena mixta $Cot. \phi = 2,6$ aut $= 3$.

Si aggeres sunt altissimi et aqua superiori opprimuntur, omnino convenit pro argilla $Cot. \phi = 3$, pro terra $Cot. \phi = 4$.

Denique aggeribus sub fluvio positis, eique recte seu perpendiculariter oblatis, maxima requiritur exteriore declivitate ad fluvii vim refringendam. Ponit Doct. WOLTMANNUS, pro aggere argillaceo $Cot. \phi = 6$ (14), (pro terra igitur $Cot. \phi = 7,8$), idque valet pro aggeribus maximis, cum tamen, si minores sint, nec aquae copia obruantur, eadem mensura pro argilla ad 4, proque terra ad 5,2 possit reduci. Talibusque declivitatibus imprimis etiam uti oportet, si glacies solet impelli: sic enim glaciei frusta difficilius sistuntur sed leviter potius aggerem transeunt.

Hinc, ut sequamur WOLTMANNUM, si A sit valor $Cot. \phi$ aggerum parallelorum, B autem talis valor, qui, ipsi valori A additus, praebeat mensuram $Cot. \phi$ aggerum sub fluvio, sequitur valor $Cot\ \phi$ aggeris, non recto sed obliquo angulo KIG $= \alpha$ sub fluvio positi, (*Fig.* 12.),

$$Cot. \phi = B + A\ Sin.\ \alpha;$$

sic v. c. pro argilla $B = 2\frac{1}{2} = 2,5$; $B + A = 6$, ergo $A = 3\frac{1}{2}$, idcoque

Cot.

(14) Op. laud. II B. z. 101 et 102.

$$Cot. \Phi = 2{,}5 + 3{,}5 \; Sin. \alpha.$$

Est enim pro aggere parallelo $\alpha = KIG = 0$, $Sin. \alpha = 0$ et $Cot. \Phi = 2{,}5$, et si aqua perpendiculariter in aggerem incurrit, fit $Sin. \alpha = Sin.\ KIG = Sin.\ 90^\circ = 1$, hinc

$$Cot. \Phi = 2{,}5 + 3{,}5 = 6$$

quod supra erat adsumtum.

f. De aggerum pedibus. Magno tum opus est pede exteriore, si aqua currens aggerum latera atterat, valideque terras avellere conetur; quam ob rem hic non valet illa formula, quam supra §. I. de pedis valore exhibuimus; praebet enim pedem interiorem, qui ab aqua non laeditur, duorum metrorum et quod superat, cum tamen pro aggeribus supra fluvium vix valeat talis pes; certo majori opus est aggeris basi si flumen hunc percutiat. Confirmant periti, pedem interiorem 4 metrorum sufficere, nec tamen minorem esse debere; exteriori pedi praescribunt amplitudinem 12 metrorum; neque etiam tantus pes cuiquam major videri poterit, qui consideret, variam et quidem pessimam posse esse soli conditionem; multum arenae saepius invenitur ad magnam quidem profunditatem, quam materiam facile penetraret aqua, aggeremque haec suffoderet, nisi tanta illa adforet copia, ut aquae meatus vel maxime impediretur. Quo major datur pes exterior eo profecto minor laeditur agger, sed amplitudo 12 metrorum minima videtur, quae aggeris pedi tribui potest, dummodo satis soli adsit, namque si hoc deficit, vario munimento ipse agger ab aquarum vi defendere debemus; cum vero adsit pes idoneus, adest etiam idonea materia ad aggerem laborantem reparandum.

Ex his omnibus facile quidem intelligitur, quam difficilis sit solutio illius problematis, in quo quaeritur de aggerum justa regione; ut enim haec obtineatur opportunissima, et una cum figura transversa idonea valdissimum reddat aggerem, postulatur:

1°. Ut aggeres uniformiter procedant, nec multis angulis a priori directione deflectantur, ideoque, quantum possit, fluminis cursui sint paralleli.

2°. Ut ipsi, flumen terminantes, satis distent, magis magisque autem distent, quo minus ab ostiis fluminum absunt; cum enim fluminum velocitas ab origine usque ad ostia paullatim diminuatur, majori copia fluit aqua eodem tempore in flumine inferiori quam in superiori; huic fluminis cursui omnino igitur nocent illae angustiae, quae fiunt si sibi sint propiores aggeres in flumine inferiori quam superius, aut si derepente angustiorem praebeant transitum, quibus etiam locis glacies vulgo sistitur.

3°. Ne aggeres sub fluvio ponantur sed ut procedant potius in directione *gh*, quam in directione GH (*Fig.* 12.); sic enim fit agger et firmior et bre-

 vior,

vior, ideoque majoribus quam qui opus sunt sumtibus non obnoxius. Attamen haec tum demum valent cum sinus GHL*h* est parvus; nam si magnus est et longo tractu serpit, nascitur inde majus fluminis receptaculum, nec satis soli ab aqua praecluditur.

4°. Ut aggerum positio ratione venti plagae sit opportunissima.

Haec praecipue sunt observanda; sed praeterquam quod ubique haud facile coeant, tum inprimis obsequi non possunt, si, quod plerumque fit, ipsum flumen cursu inflecto procedat, ejusque ripas teneant urbes, pagi, domus, caeteraque obstantia corpora, quibus accedit interdum soli conditio instabilior; ita ut hic non valeant regulae generales, et, ni ipsum solum, quaeque obstant impedimenta, aggerum directionem praescribant, at certe nullo vix consilio, prius quidem definito, quam riparum conditio sit cognita, designari possit aggerum regio. Quare in hoc ulterius non persistamus, sed eum, qui plura de hac re velit, ejusque theoriam desideret, referamus ad commentationes, quas ideo scripserunt viri docti (15).

§. III.

De mensura aggerum, quibus undae reprimantur.

Restat ut videamus de mensura aggerum qui undarum vim magnam ferre debent. Intelligimus igitur tales aggeres, qui lacum majorem, motu undulatorio plerumque turbatum, circumdant, aut qui fluviorum ostia definiunt, aut denique qui ipsum maris aestum a fundis arcent.

Inquirimus nunc etiam in illam aequationem, qua continetur conditio ne agger horizontaliter moveatur, namque si hicce motus impeditur, simul etiam consequimur aggeris stabilitatem, qua ab aquis inverti nequit: potest hoc apparere ipso calculo, verum etiam ex talium aggerum habitu idem sponte intelligitur. Etenim ne moveantur super solum, iis opus est declivitatibus exterioribus lenissimis, quibus igitur undarum impulsus horizontalis omnino fertur, sed ita etiam refringitur, ut hicce multo fiat minor, quam terrarum consistendi nixus, eoque tum aggeris inversio omnino impeditur.

Est autem illa conditio, cui aggeris figura transversa parere debet, ita, ut co-

(15) Vid. v. g. WOLTMANNUS, Op. cit. 2 B. 2. 1 sqq. Solvit etiam EULERUS problema ad aggerum directionem pertinens *Nov. Comment. Acad. Petrop.* IX. pag. 352. Conferri etiam merentur qui fluminum cursum de industria considerarunt.

cohaesio + attritu = q (pressioni horizontali aquae + impulsu undarum) eaque, ut e superioribus jam manifestum est, sic enunciatur: (Cf. supra L. C.)

$$\gamma\,[(1+d).(d\,(Cot.\phi + Cot.\psi) + z) + dz] + \tfrac{1}{2}\mu\rho d(d\,(Cot.\phi + Cot.\psi) + 2z) + \tfrac{1}{2}\rho\,(a + \tfrac{1}{2}b)^2\,Cot.\phi = q\,(\tfrac{1}{2}\,(a + \tfrac{1}{2}b)^2 + M.\nu),$$

seu potius

$$[\mu\rho d + 2\gamma\,(1 + d)].[d\,(Cot.\phi + Cot.\psi) + z] + \rho\,(a + \tfrac{1}{2}b)^2\,Cot.\phi + d\,(\mu\rho + 2\gamma)\,z = q\,[(a + \tfrac{1}{2}b)^2 + 2M\nu] \quad \ldots\ldots\ (a''')$$

a. De aggeris altitudine. Aggeres sint tam editi, ut eorum vertices multo superent altitudinem, ad quam undae possunt duci, omnino postulatur. Undae enim si ad verticem possunt adscendere, eumque transire, facile quidem hunc erodunt, avellunt, atque ab aggeris corpore dejiciunt, aut illum transeunt obnoxio attritu et impulsu, interiorem declivitatem conficiunt, totiusque aggeris destructionem moliuntur. Convenit quidem ut aggeres sint duobus metris altiores, quam undarum maxima altitudo; sin vero, ut obtinet de lacubus, nullus adsit aquarum fluxus, undaeque sint minus altae, sufficit altitudo uno aut uno et dimidio metro undarum altitudinem superans. Hinc,

$$d = (a + \tfrac{1}{2}b) + 2$$

pro aggeribus maritimis, itemque

$$d = (a + \tfrac{1}{2}b) + 1,\quad d = (a + \tfrac{1}{2}b) + 1\tfrac{1}{2},$$

pro aggeribus, qui lacus circumdant.

a significat aquae altitudinem, si nullis undis commoveatur, aut notat maris maximum fluxum. Plerumque ita jaciuntur aggeres, ut, aqua stagnante, aut ad ultimam refluxus notam recessa, ipsorum pedes vix exstent ex aqua; est autem hoc in nostris regionibus soli et littorum proprium, ut statim ab aqua occupenter, simulatque haec fluxu aut undis moveatur, eoque igitur melior aggerum conditio, ubi solum est altius, quam quod statim, minima quidem ingruente vi, aqua obtegatur. Non omnes tamen aquae et undarum altitudines, pro omnibus nostrae patriae lacubus et maris partibus, quae aggeribus sunt arcendae, novimus, eamque ob causam talibus tantummodo utemur mensuris, quas adesse posse opinamur, cum etiam si quae sint aliae, eodem quidem modo ad functionem generalem (a'''), possint referri, et eadem qua mox utemur norma, ad aggerum mensuras determinandas, usu venire.

Ta-

Tabula exhibens aquarum et aggerum altitudines: (Cf. Cap. I. §. 3.)

Altitudo aquae supra solum, a.	Undarum altitudo b.	valores $(a + \frac{1}{2} b)$.	Aggerum altitudines.
0 metr.	1,3 m.	0,7 m.	1,7 m.
0,0	1,9	0,9	2,4
0,0.	2,2	1,1	2,6
0,6	1,9	1,5	3,5
0,6	2,2	1,7	3,7
1,3	1,9	2,3	4,3
1,3	2,5	2,6	4,5
1,9	2,2	3,0	5,0
2,5	2,5	3,8	5,8
3,8	3,2	5,4	7,4
4,7	3,2	6,3	8,3.

b. De amplitudine verticis. Vertex per se tantus esse debet, ut, defecta exteriore declivitate, undarum impetum ferat, itaque, si z sit verticis amplitudo, b altitudo undae quatientis, erit rectanguli $z . b$ resistentia $= \mu \rho z b + \gamma (1 + 2b) z$; haec resistentia undae impulsum aequiparare debet non modo, verum etiam fortiter sustinere; undae vis tota est $M . \nu$, sed minuitur haec vis, priusquam verticem tangant undae, exteriore declivitate; eam tamen ita subsistere intelligamus, ut fiant vertices fortiores, quam qui ad aequilibrium constituendum requiruntur, itaque scribamus:

$$\mu \rho z b + \gamma (1 + 2b) z = M\nu;$$

$$\text{unde } z = \frac{M . \nu}{\mu \rho b + \gamma (1 + 2b)};$$

ope hujus formulae et ope valorum, Cap. I. §§. 3 et 8 exhibitorum, sequentes inveniuntur mensurae:

Altitudo undarum.	Mensura verticis, seu valoris z.			
	pro argilla.	pro terra aut pro argilla arenae mixta.	pro terra cum arena commixta.	pro mera arena.
metra.				
1,3	$z = 1{,}0^m.$	$z = 1{,}7^m.$	$z = 2{,}0^m.$	$z = 2{,}8^m.$
1,9	$z = 1{,}8$	$z = 2{,}8$	$z = 3{,}5$	$z = 4{,}7$
2,2	$z = 2{,}4$	$z = 3{,}7$	$z = 4{,}8$	$z = 6{,}3$
2,5	$z = 3{,}0$	$z = 4{,}7$	$z = 5{,}9$	$z = 7{,}8$
3,2	$z = 4{,}2$	$z = 6{,}3$	$z = 8{,}0$	$z = 9{,}6.$

Animadvertendum autem est, aggerum vertices, etiamsi ex optima materia confectos, 4 aut 5 metris vix construi minores; etsi enim calculus minores certo praescribere videatur, attamen usus ipsos latiores jubet: valeret autem si aggeris cohaerentia tam fixa consequeretur, quam eandem cogitavimus; quae cum tanta non sit, et facillime quodammodo destruatur, quando undae vehementius saeviant, quisque intelligit, parvum adeo verticem, parum quidem laesum, cito destrui et prorsus dejici posse; hinc amplior vertex postulatur.

c. *De interiore declivitate.* Quemadmodum pro aggeribus aquam currentem tenentibus, majores praescriptae sunt declivitates interiores, quam quae ad terras sponte retinendas opus erant, sic nunc etiam majores postulantur interiores declivitates, si quidem his imprimis impediatur aggeris motus horizontalis, quem undae omnino efficere valent, deficiente interiore declivitate; namque, mare aestuante, undae ad aggeris verticem fere ducuntur, eumque continuo percutiunt, et dejicerent facile, nisi post firmo adminiculo sustineretur, idque efficitur idonea interiore declivitate.

Si aggeres haud alti ex argilla aut ex bona terra sunt confecti, valet declivitas interior aggeris altitudine sesquialtera major, sin vero major est altitudo, sumitur haec declivitas duplo major; et pro insigni aut maxima aggerum altitudine postulatur declivitas interior sestertiae aut triplae altitudini aequalis; pro reliquis terrae generibus, eaedem declivitates certa ratione augentur, veluti ex sequenti tabula cognoscitur.

Altitudo aggerum.	Declivitates interiores.			
	Argilla.	Terra.	Terra mixta.	Arena.
1,7 m. 2,4 2,6	$Cot.\psi = 1,5$	$Cot.\psi = 2,0$	$Cot.\psi = 2,3$	$Cot.\psi = 2,5$
3,5 3,7 4,3 4,5	$Cot.\psi = 2,0$	$Cot.\psi = 2,6$	$Cot.\psi = 3,0$	$Cot.\psi = 3,2$
5,0 5,8	$Cot.\psi = 2,5$	$Cot.\psi = 3,2$	$Cot.\psi = 3,8$	$Cot.\psi = 4,0$
7,4 8,3	$Cot.\psi = 3,0$	$Cot.\psi = 3,9$	$Cot.\psi = 4,5$	$Cot.\psi = 4,7.$

d. De aggerum resistentia relativa et de valore exterioris declivitatis. Sequitur ex generali functione (α''):

$$Cot.\phi = \frac{q((a+\frac{1}{2}b)^2+2M\nu)-(\mu\rho d+2\gamma(1+d))(d\,Cot.\psi+z)-d(\mu\rho+2\gamma)z}{d(\mu\rho d+2\gamma(1+d))+\rho(a+\frac{1}{2}b)^2};$$

quodsi pro aggeribus, cujus determinavimus altitudines, vertices et interiores declivitates, data materia, calculo subjicitur haec formula, ponendo resistentiam in omnibus esse aequalem, patebit: minores aggeres majoribus uti declivitatibus exterioribus, quam majores aggeres; quod tamen per se patet, cum aggeribus minoribus tantas non tribuimus vertices et interiores declivitates, ratione habita altitudinis, ideoque ut minori, cui oblati sunt impetui, tantum resistant quantum aggeres editiores et graviores, illis opus est majoribus exterioribus declivitatibus; verum enim vero ex ipsa rerum natura minores illi aggeres majorem praeberent undis resistentiam, quam aggeres majores. Namque undarum impetus aggere refrenatur validissime, si ipsarum vis hujus idonea forma refringitur; franguntur autem undae leni acclivitate, ergo pro minori quidem aggere, undarum minorum vis citius refringitur, quam pro aggere

gere majori, quo vastiores fluctus reprimi debent, iisdem scilicet subsistentibus declivitatibus; ergo si minoribus aggeribus majores sunt declivitates quam majoribus aggeribus, hi multo minus resistunt, quandoquidem utriusque verticem et interiorem declivitatem in ratione impetûs undarum determinavimus; sequitur exinde: omnes aggeres undis oblatos peraeque resisturos, si undarum impetum peraeque refringant, id est, si habeant declivitates exteriores, quae undarum impulsui sunt proportionales, nec vero si ipsarum resistentia relativa q ejusdem sit valoris; ideoque, etiamsi et altitudine, et vertice, et interiore declivitate, diversi sint aggeres, tamen, cum eundem ferre debent undarum impetum, aequales habeant declivitates exteriores necesse est: hinc pro diverso aggere ratio q erit diversa, qua tamen recte definita, eadem functione superiori singulorum inveniuntur declivitates exteriores; idque, etsi possit ita quidem inveniri, via tamen breviori consequitur.

Maximus agger, quem consideramus ex argilla confectum, habet altitudinem 8,3, verticem 4,2 metrorum; interioris declivitatis ratio est 3; quodsi aequales ipsi tribuamus declivitates, itaque eum offeramus aquae ad verticem usque stagnanti, invenimus ejus resistentiam relativam $q = 30$, ope formulae L^a d §. II. exhibitae; quo valore cognoscitur ex superiori functione $Cot. \phi =$ 9. Ergo cum $Cot. \phi$ exprimat exterioris declivitatis magnitudinem, si valeat pro tali aggere $Cot. \phi = 9$, (idque mox patebit,) inveniuntur declivitates idoneae minorum aggerum, qui minorem undarum vim retinent, diminuendo inventam declivitatem in ratione impetus undarum; sed undarum impetus Mν est in ratione earum altitudinis, quoniam longitudines et velocitates huic quodammodo sunt proportionales; ergo *declivitates aggerum sunt in ratione altitudinis undarum*: sic v. c.; cum agger ille maximus ferat undas 3,2 metrorum altitudinis, convenit alii aggeri, undas 2^{m}5 altas reprimenti, declivitas $Cot. \phi = 7$; quoniam $3,2 : 2,5 = 9 : 7$, et sic etiam omnes declivitates exteriores, quae in sequenti tabula offenduntur, inventae sunt.

Quodsi aggeres ex alia materia constent, majori iis opus est exteriore declivitate, quia tantum non cohaereant aliae materiae. Re quidem vera si pro varia materia, in functione superiori ponamus loco μ, ρ, γ, ψ et z earum valores idoneos, manentibus $d = 8,3$, $M . \nu = 56,832$, $q = 30$, invenimus tales declivates, quibus totum aggeris corpus, etsi ex alia materia compositum, tantum resistat, quantum similis agger argillaceus; sed hae declivitates multo sunt fortiores, quam quae ad aequalem undarum vim reprimendam postulantur, eoque magis, quia si deficiat aggeris materia, vario quidem munimento, non vero majori declivitate, aequalis obtineatur firmitas; hanc ob causam satis videtur tantas tri-

buere declivitates exteriores illis aggeribus, qui ex alia materia, quam ex argilla, sunt confecti, ut ipsius materiae consistendi facultas hujus tenacitati aequiparetur; sunt autem argillae, terrae, terrae mixtae et arenae consistendi facultates inter se uti 1 : 0,753 : 0,687 : 0,625 (Vid. Cap. I. §. 7 et 8); ergo si augeantur exteriores declivitates aggerum in eadem ratione, qua earum materiae consistendi facultas minuitur, prodibunt tales declivitates, quae ad eandem undarum vim tenendam satis valent: atque ex hisce principiis hanc confecimus tabulam.

	Altitudo aquae supra solum.	0,0	0,0	0,0	0,6	0,6	1,3	1,3	1,9	2,5	3,8	4,7	Metra.
	Altitudo undarum.	1,3	1,9	2,2	1,9	2,2	1,9	2,5	2,2	2,5	,2	3,2	
	Altitudo aggeris.	1,7	2,4	2,6	3,5	3,7	4,3	4,5	5,0	5,8	7,4	8,3	
Argilla.	Amplitudo verticis.	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	5,0	5,0	Metra.
	Valor *Cot.* ψ pro decliv. inter.	1,5	1,5	1,5	2,0	2,0	2,0	2,0	2,5	2,5	3,0	3,0	Ratio inter basin et altitudinem.
	Valor *Cot.* φ pro decliv. exter.	3,5	5,3	6,2	5,3	6,2	5,3	7,0	6,2	7,0	9,0	9,0	
Terra.	Amplitudo verticis.	4,0	4,0	5,0	4,0	5,0	4,0	5,0	5,0	5,0	6,3	6,3	Metra.
	Valor *Cot.* ψ pro decliv. inter.	2,0	2,0	2,0	2,6	2,6	2,6	2,6	3,2	3,2	3,9	3,9	Ratio inter basin et altitudinem.
	Valor *Cot.* φ pro decliv. exter.	4,7	7,0	8,0	7,0	8,0	7,0	9,1	8,0	9,1	11,7	11,7	
Terra mixta.	Amplitudo verticis.	4,0	4,5	5,0	4,5	5,0	4,5	5,9	5,0	5,9	8,0	8,0	Metra.
	Valor *Cot.* ψ pro decliv. inter.	2,3	2,3	2,3	3,0	3,0	3,0	3,0	3,8	3,8	4,5	4,5	Ratio inter basin et altitudinem.
	Valor *Cot.* φ pro decliv. exter.	5,5	8,0	9,2	8,0	9,2	8,0	10,5	9,2	10,5	13,5	13,5	
Arena.	Amplitudo verticis.	4,0	4,7	6,3	4,7	6,3	4,7	7,8	6,3	7,8	9,6	9,6	Metra.
	Valor *Cot.* ψ pro decliv. inter.	2,5	2,5	2,5	3,2	3,2	3,2	3,2	4,0	4,0	4,7	4,7	Ratio inter basin et altitudinem.
	Valor *Cot.* φ pro decliv. exter.	5,8	8,6	9,9	8,6	9,9	8,6	11,2	9,9	11,2	14,4	14,4	

Quo melius igitur aggerum, undas reprimentium, mensura posset cognosci, singulas dimensiones uno conspectu proposuimus, ita ut, cognita undarum et aggeris altitudine, dataque materia ex qua agger est comparandus, omnes aggerum mensurae in singulis ordinibus verticalibus hujus tabulae habeantur.

Majores forte videbuntur exteriores declivitates, quam quae revera opus sunt, quippe inveniuntur aggeres maritimi, undas haud leves retinentes, qui tan-

tanta declivitate non sunt praediti. Tales autem aggeres, dummodo eorum materia sit valida, habeantque idoneum munimentum, posse resistere libenter confitemur; si vero undis continuo sint expositi, omnem aggeris validiorem resistentiam magis consistere in levibus declivitatibus exterioribus, quam in aggeris grandi corpore nemo quidem infitiatur; neque igitur in hoc male praecepisse nobis videmur, si quidem inveniuntur aggeres, fortes illi, quorum mensurae haud discrepant ab illis, quas retulimus: cum enim celebrem illum aggerem maritimum, qui in Zelandiae insula Walchria prope pagum Westcappelum Oceano objicitur, cujusque altitudo est fere 8^m, vertex 4^m, declivitas exterior = 14,5, quique ex arena est compositus, conferamus cum aggere arenario maximo, magnam reperimus convenientiam, quod ad altitudinem et declivitatem exteriorem; vertices autem admodum sunt diversi, sed animadvertendum etiam est, si tantam habeant aggeres declivitatem, tantumque itaque ab undis remotus sit vertex, illum quidem multo minus crassum posse comparari, cum tamen pro arena haec ipsa crassities ad minimum esse debet 6 metrorum.

e. De pedibus aggeris. Pedi interiori tribuatur latitudo 4 metrorum si aggeres sint 3 metris non editiores; simulatque vero majorem altitudinem habeant, majorem etiam accipiant interiorem pedem oportet, ita quidem ut pedis interioris latitudo aggeris altitudini sit proportionalis.

Pes exterior multo debet esse major; praescribitur minimus 40 metrorum. Si major detur spatium, eo validiores fiunt aggeres, aut, quod eodem redit, eo minori mensura possunt confici, ut aequalem praebeant effectum, atque alii aggeres mari propiores; sed plerumque dantur arcti limites, intra quos aggeres poni debent, ita ut nullo interdum pede exteriori sint praediti, sed validis vallis contra undarum vim communiri debeant, praesertim si et ex arena sint compositi et solo arenoso superstructi; tum enim, etiamsi littus adsit amplum, hoc ipsum, ne maris aestu continuo diminuatur, saepius est confirmandum.

Haec autem sufficiant de aggeribus, qui undis objiciuntur, namque quam occupare debeant regionem, sive quanam in directione sint ponendi, generali quidem modo posset praescribi, eaedemque regulae, quas summatim de directione aggerum, qui aquam currentem terminant, docuimus, hîc valerent, sed, ut monuimus de hisce aggeribus, sic etiam nunc repetere possumus, locum aggerum, qui undas arcent ab agris, dari a natura, neque posse eligi. Oportet enim ut aggeres maximam agrorum copiam ab undis arceant, cumque aggeres ipsi, ob magnas declivitates, magnum occupent soli spatium, vix

fieri potest nostris in regionibus, ut iis satis littoris relinquatur; ergo si locus non detur ut aggeris sectio transversa idoneum accipiat situm, illius directionem prorsus etiam definiri locorum forma et conditione quisque intelligit.

Itaque absolvimus quod de aggerum figura transversa erat dicendum, atque in hoc ipso, quantum potuit fieri, Mathesi duce sumus usi; nec tamen ubi haec defecerit, viam nobis videmur fuisse secuti haud exploratam, si quidem ad verum inveniendum tunc accesserit experientia, quae adjuvaret. Restat itaque ut dicamus de aggerum constructione varioque communitionis genere, si vel ex locorum aut materiae aggeris conditione, vel ex virium agentium ratione, ipsae aggerum comparandorum regulae, quas tradidimus, aut usu venire nequeant aut deficiant.

CAPUT TERTIUM.

DE CONSTRUCTIONE AGGERUM.

Definita aggerum figura transversa idonea pro regione aut directione designata, praescribendum omnino est, quomodo ipsi extruantur itaque comparentur ad hanc definitam formam, ut aquarum vim sustineant, repellant, reprimant. Gravissimum profecto negotium, nobis quidem expositu difficile, certe difficilius quam praecedentis theoriae explicatio, quod theoria facile ponat adsumatque, quae ex rerum natura locum habere debent, reliquumque certis regulis, e Mathesi haustis, absolvat, quae tamen in applicatione nec ita valent, aut certe ita consequi non possunt, ut omnibus theoriae partibus pareant.

Facilis quidem fuit sectionis transversae inventio, positis firmis fundamentis, materiâ purâ, certa ideo cohaerentia certoque attritu; verum enim vero haec ita semper non dantur; ut enim nostris in regionibus soli conditio diversis locis sit diversissima, saepius deterrima, ideo etiam, si agger est construendus, varia eaque summa arte hujus fundamentum est firmandum; tum autem ejusdem materia, quaecunque sit, ita cum fundamento conjungenda, itaque ipsa, dum exaggeratur, compingenda, ut integrum solidumque efficiatur corpus, ejusdem ubique cohaerentiae et resistentiae; quibus intelligitur; etiamsi materia adest optima, fieri tamen ut, quae in theoria praeponuntur et tamquam da-

data adsumuntur, in applicatione saepius deficiant; si enim in hac ipsa, optimum simus consecuti, minimaque adsit causa, qua fundamenti firmitas, et aggeris cohaerentia possint imminui, totius corporis resistentia uniformis abest, eademque subsistente causa, haec ad aggerem destruendum continuo agit, idque aut temporis diuturnitate perficit, si ipsa est oculta, aut si patet, perfecisset, nisi hominum cura impediret.

Etsi igitur tales numquam possumus comparare aggeres, quales velit Theoria, tamen ita quidem possunt construi et muniri, ut hisce accedant vel maxime, satisque praebeant resistentiae. Primum ideo in hoc capite dicemus de aggerum constructione, quae constat ex fundamenti, si hoc deficiat, confirmatione, atque ex terrarum, ad formam definitam compactarum, exaggeratione. Nullae profecto theoriae generali paret haecce ars, sed est ea pro locorum et materiae diversitate, diversis praeceptis, diutina quidem experientia probatis, subjecta; hinc, et quoniam in praxi non sumus versati, fiet certo ut et pleraque artis praecepta haud ita tradamus, quemadmodum exsequi debent, et alia fortasse notissima aut usitatissima prorsus omittamus, quod nobis erant incognita.

Tradimus igitur quae apud auctores legimus, quaeque a peritis audivimus, atque de hisce est monendum, nos ea tantummodo summatim descripturos praecepta, quibus aggerum constructio posset intelligi, minores autem artis operationes missuros, quod operariorum diversa officia non describamus, sed potius quid fiat breviter moneamus.

Fundamenti examinatio totius operis est initium. Instituitur ope terebrae, similis fere ei, quacum fodinae explorantur. Est enim cylindrus ferreus, longus, excavatus, pluribus, si opus sit, partibus productus, a parte suprema vecte instructus. Terebratur hoc instrumento solum, quod ad aggerem sustinendum destinatum est, cujusque natura haud est cognita. Perducitur ad tantam altitudinem, quanta pro circumstantiis satis habeatur; dein terebra extrahitur, quae cum in cylindro cavo contineat terras, quemadmodum in solo sunt dispositae, oculis monstratur hujus conditio. Idem repetitur aliis locis haud multum distantibus; ea est enim nostrae patriae soli natura, ut per longum quidem tractum eadem esse possit, at saepius tamen derepente mutetur. Sic itaque qualis sit aggeris basis maxime cognoscitur, deque ejus firmitate judicatur.

Talis in genere esse debet fundamenti natura, ut satis habeat virium per se ad-

ad aggeris pondus ferendum non modo, verum ita etiam sustinendum, ut terrae a partibus lateralibus non subsidant; solum igitur sit solidum oportet; solidum autem erit fundamentum si constat ex argilla, e terra bona, aut ex arena cum argilla commixta, itemque solum arenosum bonum haberi potest, dummodo ad idoneam altitudinem materiis heterogeneis non sit permixtum. Deterius fundamentum praebet terra levis; malumque erit fundamentum, e materiis heterogeneis aut ex limo aut ex terra caespitosa constans. Accedit denique ut aggeris regio per ipsam aquam designetur; tum vero nullum, ut ita dicam, datur fundamentum, sed hoc etiam ponendum est. De singulis breviter dicemus, utque sequentia eo melius demonstrentur, exordium sumus ducturi a constructione aggerum, quorum optima sunt fundamenta, quique ipsi ex idonea materia conficiuntur.

§. I.

De constructione aggerum, ex idonea materia, super idoneo fundamento.

Locus aggeris in latitudinem designetur; F (*Fig.* 13.) sit v. c. aqua retinenda, ad infimam notam demissa; BAE solum; BA aggeris latitudo, sumtis tamen pedibus idoneis HB et AG; designatur aggeris locus in latitudinem duabus fossis humilibus GLR et SMH, quae a pedum extremitatibus interioribus G et H incipiunt; quo facto soli caespites *c*, *c*, *c*, tolluntur, omnisque terra, inde a G usque ad H, pala aut ferramento vertitur; fit hoc ideo, ut aggeris materia eo fortius cum terris GLMH conjungatur, itaque cum solo ATB connectatur, ut ipse agger quasi ad solum pertineat, et cum hocce unum idemque constituat corpus. Perducitur saepius altera fossa OPQN, eo quidem loco, quo aggeris maximum pondus, rectangulo KIUV contentum, superstruendum est; sin vero terrae sunt optimae, non opus est terram OPQN vertere, sed potest tunc haec fossa omitti. Purgatur deinde terra conversa GLMH a materiis heterogeneis, uti a lapidibus, ab herbis sive fertilibus sive sterilibus, ab arborum radicibus, atque ab aliis ejusmodi substantiis, quibus terrarum arctissima conjunctio posset impediri, et aquae transitus juvari; fiat haec purgatio per omnem aggeris constructionem. Aggeris materia desumitur ex agris, aggeris solo AB quam proximis, itaque, si possit fieri, aut juxta interiorem pedem GA ducitur fossa ACDE, idoneis declivitatibus AC et DE instructa, tantae quidem altitudinis et latitudinis, ut ex ea aggeris materia sufficienti copia effodi possit; aut, veluti in constructione aggerum flumina termi-

minantium, multoque agro ante exteriorem declivitatem praeditorum, similis fossa ante exteriorem pedem ducitur. Quodsi nil obstet, satius erit, minorem dare fossae altitudinem, majorem latitudinem, praesertim si agger construendus in magnam perduci debet altitudinem, ideoque ex magna materiae copia componi; etenim solum fore firmius, quo humilior fiat fossa, sive, ut vocant, puteus aggeralis EDCA, cuivis apparet.

Effoditur igitur materia ex fossa EDCA, ipsaque super aggeris locum GH ponitur ad altitudinem 0,3 aut 0,5 metrorum; eadem fortiter pangitur pilorum ope; idque pro primo strato, quod terrâ conversâ ULMH superimponitur, prae reliquis fiat fortissime, ut eo fortius contexatur agger cum solo; superstruitur eodem modo alterum stratum, fortissime pangitur, conjungiturque cum strato inferiori, et sic totum opus procedit, donec in determinatam altitudinem perductus sit agger; qui ut justam accipiat formam, operariis ostenditur ope longuriorum GK, KV, KI, lU, IH, in formam figurae transversae conjunctorum, et passim in solum infixorum.

Attendendum autem est, terras ita compactas tantum nondum cohaerere, ut fortius vix possint conjungi; namque ipsae etsi ad determinatam altitudinem perductae, haec tamen altitudo post quoddam tempus mutatur, propterea quod gravitatis actione terrae coacervatae semper comprimantur, ideoque sponte sua fortius etiam cohaerere tendant.

Hinc ut aggeris altitudo, post eundem satis subsessum, justa sit, ipse ad majorem altitudinem exstruendus est, fiatque igitur KV loco *k*V oportet; si autem declivitates HI, GK, et vertex KI in formam rectae lineae sunt constructa, hanc formam non tenent dum terra comprimitur, sed irregularem adipiscuntur formam, concavam eam; cumque detrimento esse possit talis forma, eam ob causam declivitates forma induuntur curvilinea convexa H*a*I, G*b*K, qua, dum agger comprimitur, accedant ad formam rectilineam. Tribuitur etiam ipsi vertici KI forma convexa, qua efficitur etiam ut pluviae ab eo affluant facilius: statim autem dicemus de illa majori aggeris altitudinis mensura, deque declivitatum curvedine.

Sin obstent quaedam impedimenta, quibus aggeris materia e locis remotioribus effodi debet, commodius videtur ipsam carris, qui equis vehuntur adducere, quam curriculis, quae manu moventur, eam adportare, et in aggeris locum effundere; (velut fieri solet, et, commoditatis gratia, fieri debet, quando fossae aggerales loco sint proximae;) namque praeterquam quod citius et majori simul copia adferatur materia carrorum ope, efficitur etiam, ut horum equorumque pondere et cursu fixius compingatur, si quidem carri vehantur

 su-

super aggeris locum GH, ibique effundantur, itaque non opus sit aggerem pilis pangere, dummodo declivitates excipias. Haec tamen methodus non adhibetur nisi pro aggeribus majoribus, quod aggeres minores manu et citius et facilius comparantur.

Quantum quidem terrae comprimantur, etiamsi fortissime sint compactae, exactissime non determinatur; variis enim causis compressionis quantitas mutatur; ipsa quidem pro eodem aggere hic magis minusve reperitur quam illic, prout terrae aut plus minusve sunt compactae, aut alicubi materiae heterogeneae sunt commixtae, aut prout soli conditio, etsi non prava, tamen minus fixa est quam alio loco, caet. Determinata tamen mensura sectionis transversae, solet haec tantum augeri, ut volumen aggeris (i. e. volumen sectionis transversae,) constructi, sit ad volumen aggeris designati (i. e. GKIH: G$k$$i$H,)

pro argilla, terra bona, et arena = 11 : 10;
pro terra mixta cum arena . . = 9 : 8;
pro terra caespitosa . . . . . . = 7 : 6.

Quando carrorum equorumque ope aggeres sunt exstructi, compressio erit minor; habetur enim

pro bona materia . . . . . . = 21 : 20;
pro materia minus bona . . . = 17 : 16.

Cum itaque sectionis transversae volumen exprimatur per

$$\tfrac{1}{2}(\mathrm{GH}+\mathrm{KI}).\mathrm{KV}=\tfrac{1}{2}(k+z)\,d=\tfrac{1}{2}r.d,$$

itemque $\tfrac{1}{2}(\mathrm{GH}+\mathrm{KI}).k\mathrm{V}=\tfrac{1}{2}(k+z)\,x=\tfrac{1}{2}r.x,$

erunt aggerum volumina inter se uti altitudines x et d, itaque erit altitudo in quam agger est perducendus, ad aggeris designati altitudinem, uti volumen aggeris ante compressionem, ad volumen aggeris compressi, ideoque uti numeri, quos modo pro singulis materiis notavimus. Hinc cognoscitur altitudo in quam agger est perducendus, ut, posteaquam est compressus, habeat altitudinem definitam.

Declivitatum curvedo tanta sumitur, ut curvae HI et GK cum verticis curvatura KeI unam constituant curvam continuam GbKeIaH, majoris minorisve curvaturae, prout terrae magis minusve comprimuntur. Quum vero, si magnae sint declivitates, forma curvilinea continua difficilius construatur, solent declivitates augeri triangulo aequicrucio IaH, loco segmenti curvilinei; ita autem aggerum declivitates constant e duobus planis Ia et aH, quae terrarum compressione, et temporis tractu, tandem in unum planum IH coincidunt.

Quodsi aggeres tali modo, omni qua potuit cura, ad formam definitam sunt ex-

exstructi, certi sumus, ipsos, quod ad cohaerentiam et firmitatem, esse optimos, quamvis illam, quam in Theoria praecedenti cogitavimus cohaerentiam, numquam possimus consequi; semper enim remanent partes, quae reliquis minus cohaerent, debilioresque sunt; accedit, quod supposuimus eandem cohaerentiam ita etiam locum habere in declivitatibus, quae maneant planae, seu ubique aequales; at talis planities humiditate, pluviis, calore, frigore, ipsa etiam aqua retinenda, cito destrueretur, etiamsi materia fuisset gravissima, maximeque cohaerens: haec igitur ut quam maxime impediantur, idoneum omnino postulatur declivitatum munimentum, omnino ad omnium aggerum constructionem pertinens, ideoque hoc loco non praetereundum.

Tale munimentum, quo aggeris cohaerentia itemque forma conservatur, quoque ipse a temporis offensionibus defenditur, praebitur caespitibus vivis, justó ordine super declivitates positis, validissime et cum terris et inter se conjunctis, ita ut nulla fere interstitia inter se relinquant, et, graminibus contextis, integrum efficiant aggeris tegumentum. Ergo gramine aggeres muniuntur contra temporis offensiones, tanto quidem fructu, ut ipsius aquae impulsus, graminum confertissimo contextu maxime etiam possit imminui; hinc si caespitum copia non sit sufficiens, aut quando pratorum viriditas, desumendo caespites, nimis laedatur, aut cum caespites sint rejiciendi, convenit utramque declivitatem *trifolio repenti* et *gramine* conseri, quae si saepius demetantur et ab herbis sterilibus purgentur, optima graminis textura producitur; ubi vero boni caespites in promptu sunt, illos omnino praeferamus, propterea quod citius aggeris vestimentum constituant, simulque minori labore conserventur.

Eodem tegumento etiam efficitur, ut, qui aggeres aquam stagnantem retinent, et ex materia haud fortiter cohaerenti confecti sunt, minori quidem declivitate utrimque possint instrui, quam quae ex theoria postulatur. Praescripsimus enim aggeres aequalibus declivitatibus praeditos, idque tum quidem locum potest habere, cum idoneo vestimento gramineo instruantur; hoc autem sublato nulli aggeres, praeter eos qui ex argilla et terra graviori constant, firmiter consisterent; habent aggeres argillacei declivitates ipsorum altitudinibus aequales; si vero ipsae altitudines unum metrum haud excedunt, sique aqua retinenda residet, caespitum vestimento consequitur, ut declivitatis minori pro hisce aggeribus mensurâ consistere possint aggeres satisque resistere.

Convenit ejusmodi munimentum iis imprimis aggeribus majoribus, qui ex mera arena sunt compositi, veluti in nostris regionibus aggeres maritimi saepius ex arena constant, si praeter quam nulla alia materia in propinquo est: Construuntur hi aggeres, ut supra in genere monuimus; interdum tamen, cum ad-

adsint colles arenosi, horum aequatione conformantur, sed vario tegumento muniuntur: aut enim, cum caespites difficilius obtinentur et adportantur, conseruntur variis plantis, herbisque, quibus colles arenosi conseri solent, ut impediatur quominus arena maris aut venti actione auferatur; aut minoribus straminis fascibus muniuntur; fasces inseruntur in arena, exstant ad dimidium longitudinis, distant parum, v. c. 0,15 aut 0,2 metr., efficiunt itaque firmos ordines, quibus non modo remaneat arena dum venti et undae suas exserunt vires, verum etiam quibus retineantur interdum arena et limus, quae aliunde secum tulissent undae. Aqua autem si majori saeviat vi, hocce vix est idoneum munimentum; sed, invitis labore et sumtu, firmiore utendendum est tegumento.

Tum agger partim ex arena partim e tenaci materia componitur. Exstruitur agger arenarius *abcd* (*Fig.* 14.) ad altitudinem *ce*, minorem quam altitudinem designatam CE; reliquus agger argilla absolvitur aut bona terra; agger itaque constat ex arena *abcd*, strato argillaceo ABCD*dcba* contecta, potestque hoc stratum caespitibus contegi aut *trifolio* et *gramine* conseri. Ita imprimis exterior declivitas est munienda; namque et vertici et interiori declivitati tanto strato non opus est, quod stratum argillaceum 0,35 metr. crassum hisce sufficiat, cum pro declivitate exteriori duplo construatur crassius, fiatque 0,66 metr.; ariditate etenim et calore ipsius argillae summum stratum sive crusta quampluribus dividitur rimis, hinc si totum stratum non satis est crassum, aqua per rimas penetrat, arenaque supposita eruitur, quod aggeri est magno periculo.

Adfertur autem hac munitione hoc commodum, quod aggeris locus in latitudinem AD tantus esse non debet, quantus si ex mera arena fuisset constructus; manente enim vertice, interior declivitas, aquis non opposita, tantum quidem potest imminui, ut si ex argilla constaret totus agger; tantum vero exteriorem declivitatem non possumus imminuere, nisi omnis fere triangulus CED ex argilla conficiatur; sed non multum in hac aestimatione erramus, cum totum aggerem ex argilla et arena, inter se commixtis, intelligamus compositum, tantamque ipsi demus exteriorem declivitatem, quanta huic mixtae materiae convenit.

Haec sunt praecipua, quae de aggerum constructione ex idonea materia erant monenda; ita enim si aggeres sunt constructi, profecto, quod ad firmitatem et stabilitatem, maxime accedunt iis, quos satis fore firmos stabilesque supra ostendimus, neque aliud quidquam operis tunc restat, nisi ut, per tres aut sex menses, maxima cura curentur vitia, quae operis novitate, et tem-

po-

poris tractu possint oriri, ut agger tandem accipiat illam formam et soliditatem, qua viribus agentibus fortissime resistat.

Cavendum porro ne declivitatum gramina herbis sterilibus, quae tandem per omnem aggerem perrepunt, commisceantur, neve arbores in aggeris pedibus conserantur, quod harum radicibus magna effici possunt foramina, quibus soli cohaerentia, hujusque cum aggere conjunctio diminuatur, aut omne corpus reddatur insolidius, ipsique aquae deter penetrandi liber locus. Prohibeatur tandem, quominus magnae aggerum declivitates pecudum pastioni inserviant; licet enim nulla vix meliora reperiantur prata, attamen nihil magis iis nocet, quam pecudum cursus, quo declivitates citissime exteruntur, convertuntur, et partim avelluntur, itaque perpetuo labore ad pristinam formam firmitatemque sunt redigendae; id autem ipsum, curis sepositis et sumtibus, vel maximo esse detrimento, ex eo etiam apparet, quod aggeris strata inferiora majorem quidem accipiant soliditatem et firmitatem, quam strata superiora, quae numquam ad definitam formam confirmantur, nisi sibi relinquantur nullisque viribus afficiantur.

§. II.

De constructione aggerum, fundamento laborante quodammodo, aut deficiente ipsius idonea materia.

Solum etsi vitiis quampluribus possit laborare, duo attamen praecipue sunt notanda, quae aggeribus construendis maximo esse possunt detrimento. Fit enim ut soli strata suprema omnem, quae postulatur, habeant gravitatem et soliditatem et tenacitatem, verum ut strata insequentia, nec multum a superficie distantia, sint mollia aut minus cohaerentia, aut multis minoribus rimis, quae, cuniculorum instar, per longum soli tractum sunt perductae, depravata; quibus omnibus accidit ut aquae transitus facile concedatur, itaque, cum fossa aggeralis ACDE (*Fig.* 15.) ad altitudinem horum stratorum perducta est, aut si ab interiori aggeris parte adest fossa, antequam agger sit exstructus, ut aqua transire possit per omne solum, nec prosit quidquam firmus agger. Soli deinde materia adeo esse posset prava, levis, mollisque, aut tam uliginosa, ut quae ad aggeris grave pondus ferendum et sustinendum prorsus deficeret; utroque casu prius satis firmandum erit fundamentum, quam agger exstruatur.

Quando soli strata superiora sunt integra et firma, nec adest metus ne aqua

per ipsa sursum penetretur, primum periculum optime evitatur, cum fossa aggeralis quam longissime ab aggeris pede interiore ducatur; sin vero fieri nequeat, aut fossa jam adsit ante aggeris locum, aut superiora strata etiam sint deteriora, eidemque vitio laborent, sequenti utendum est ratione, per se quidem probata. Effoditur nimirum solum eo loco H, quo aggeris declivitas exterior desinit, ad tantam altitudinem et ultra, ut vitium appareat; ducitur fossa P in longitudinem et latitudinem sufficientem; quo facto impletur fossa rursus sed alia materia, graviori ea, et tenaciori, v. c. argilla gravi, aliunde certo petenda; compingitur quam fortissime conjungiturque firmissime cum solo. Hoc modo efficitur ut materia P, firmiter compacta, sit quasi agger, quo aquae per solum transitus impediatur, sique ad P usque transierit, secludatur prorsus ab aqua, quae a parte R reperitur.

Quae effossa est materia, postquam purior reddita sit, ad aggeris constructionem potest adhiberi, quod hocce adfert commodum ut fossae aggeralis dimensio nunc diminuatur; cum vero materiae conditio est varia, omnino leviori molliorique materia aggeris internum spatium est implendum, reliquumque operis meliori materia absolvendum; ad exteriorem declivitatem firmandam major quidem materiae copia postulatur, quam qua vertici et interiori declivitati opus est. Tegenda est enim (ut *Fig.* 15 optime illustratur,) fossa PQ, eadem materia impleta, ut aqua, etsi super declivitatem HI adscendat, ab omni parte a solo permeabili NR secludatur, itaque ab agris possit arceri.

Pro solo levissimo immo limoso aut uliginoso alia adhibetur methodus, huic quidem negotio magis adaptata. Fert enim natura materiam, ad solum tegendum, firmandum, atque ad grave pondus sustinendum, prae caeteris maxime idoneam, arborum nimirum quarumdam ramos, virgultorum nomine notissimos; hujusque materiae usum, contextum et comparationem ad aggerum fundamenta jacienda, nunc breviter exponemus. Primum vero ipsam, qualis sit, qualisque esse debet, circumscribamus.

Virgulta scilicet, quae hic usu veniunt, ex omnium fere arborum ramis possunt obtineri; quae autem sunt optima et usitatissima praebentur *fraxinis*, *alnis*, *tiliis* et *salicibus*. Harum arborum nostra regio magnam fert copiam; sed plerisque in locis prope flumina (praesertim in Gelria,) de industria conseruntur, reperiunturque arbustorum instar, itaque curantur ut aggerum et fluminum operibus optime inserviant. Caeduntur autumno aut hiberno tempore, cum annis praecedentibus satis jam accreverint. Maxima flexibilitas et elasticitas hisce virgultis est propria, quibus fit, ut, si paullo acerventur, grave

ve corpus omnino ferre valeant; longitudine sunt diversa, cum tamen usu veniant, quorum est longitudo 6 metrorum; quae sunt 5 centrimetris crassiora vulgo rejiciuntur; manent ramuli aut decerpuntur pro varia utilitate.

Omnino attendendum est ipsa autumno et hiberno tempore caedi, propterea quod tunc absit germinatio porique sint clausi; sic quidem, cum sequenti anno adhibentur, viriditatem retinent sub solo aut in aqua, nec putrescunt.

Monendum denique eadem virgulta adhiberi soluta, aut ad fasces colligata, (*Fig.* 18. N°. 1;) nunc quidem ipsa soluta intelligimus; exinde enim facile concipitur eorundem ad fasces colligatorum contextus, qui interdum praefertur.

Effosso igitur solo infirmo ad idoneam altitudinem, quam mox accuratius definiemus, sternitur super fundum *aa* (*Fig.* 16.) virgultorum stramentum, in directione latitudinis aggeris, (ut ostenditur *Fig.* 16. N°. 2, *a*,) super hoc stratum aliud sternitur in directione longitudinis aggeris, (*Fig.* 16. N°. 2. *b*,) tot autem sternantur, ut sit stramentorum crassities post compressionem 2 decimetrorum: hoc facto, tertium imponitur stratum et quartum, tum inter se, cum ratione inferioris strati transversa *b*, *c*, hujusque strati crassities sit 3 aut 4 decimetrorum.

Maxima adhibeatur cura, ut virgulta aequaliter sternantur, minimaque inter se retineant interstitia, dum superimponuntur, fiantque, quantum fieri potest, virgultorum ordines strati inferioris contigui; tum per omnem aggeris longitudinem et latitudinem injiciantur palorum minorum ordines *f*, *f*, *f*, qui parva intervalla 5 decimetrorum inter se contineant; attamen extremi ordines *g*, *g* duo tantum decimetra distent; ejusdem autem ordinis pali minores minorem a se invicem habent distantiam $5\frac{1}{2}$ decimetrorum. Habent hi pali longitudinem 1 aut 1,5 metrorum, quo virgultorum stramentum possint transire, atque in fundamentum *aa* infigi; hanc ob causam ab imo sunt acuta, sed habent a parte superiori crassitiem 4,5 aut 6 centrimetrorum; ad tantam infiguntur altitudinem, ut parum e toto stramento exstent. Hisce firmiter infixis, fortibus viminibus salicium, quorum ramuli sunt detracti, inter se innectuntur: circumflectuntur nimirum haec vimina alternatim circa minores palos, (*Fig.* 16. N°. 3,) ita contexuntur ut expediri nequeant, quod ut consequatur, eadem continuo bis aut ter circumflecti solent; maxima si postulatur firmitas, ipsa contexta tenentur clavis ligneis, a parte summa per palos minores transverse adactis.

Hi ordines palorum, nunc viminibus junctorum, vocantur *sepimenta*, (belg. *tuinen*, sive *omtuiningen*,) ipsique minores pali nuncupantur *pali sepimentorum* (belg. *tuinpalen*).

Fit

Fit hocce sepimentum eo consilio ut virgultorum stratum, fortiter compactum, ejusdem maneat crassitiei et idoneam capiat soliditatem; sepimento enim sublato, et vi quadam ingruente, strati elasticitate motus efficeretur in corpore superimposito. Construuntur ab extremitatibus *g*, *g*, totius stramenti, duo sepimentorum ordines quam proximi, quibus operis firmitudo admodum augeatur; namque in locis mediis virgulta virgultis sunt contexta, satisque firmiter sepimentorum ordinibus, 5 decimetra distantibus, retinentur, sed ab extremitatibus *g*, *g*, virgulta tangunt terras, postulaturque vinculum fortius, quibus teneantur, neve terrarum superimpositarum majori pressione laxentur.

Hoc stramento posito, implentur sepimentorum intervalla arena crassa, ex fluviorum alveis effossa, (belg. *grindzand*,) cujus natura est glutinosa; aut, si haec non in promptu est, adhibetur argilla pinguis; adhibetur etiam tertia materia aptissima, sed simul etiam minima copia praesens; vocatur haec materia ex nostra vernacula lingua *steigeraarde*, estque limosa, sed gravis, sponte firmissime compingitur ad solidum corpus; effoditur ex nonnullarum urbium canalibus. Harum materiarum una alterave efficitur ut omnia virgultorum interstitia citissime impleantur, quo totum stratum, materiae glutinosae coagmento, ad unum corpus sit conflatum, maxime quidem cohaerens, et aquae transitum reptiliumque suffossiones prorsus impediens; tum etiam idem stratum, etsi fundamento levissimo, limoso, aut uliginoso superimpositum, tamen, ob virgultorum tenacitatem et elasticitatem, grave aggeris pondus ferre valebit.

Virgultorum stratum fecimus fere 6 decimetrorum; quodsi sepimentorum pali unum et dimidium decimetrum exstent, erit totius strati crassities 7 decimetris paullo major; hinc convenit, terras *Acba*, priusquam opus inchoetur, ad unius metri altitudinem effodere, ita ut praeter 7 decimetra, stramenti crassitiei necessaria, remaneant 3 decimetra infra soli superficiem AB, quae ad hancce superficiem usque aggeris materia possunt exaggerari, ut habeat agger fundamentum proximum terreum, quocum recte conjungatur, eoque, quo praescripsimus modo, ultra perducatur.

Agger cum existit gravissimus, aut solum deterrimum, potest virgultorum stramentum crassitie augeri, eodemque modo comparari; hocce autem augmentum si fiat insigne, melius erit alterum stratum comparare, et omnem aggeris locum duobus similibus stratis obtegere. Manet tunc eadem constructio, sed animadvertendum est, inferius quidem stratum terra idonea et aequata prius esse tegendum, quam superius stratum superimponatur; quo autem ad justam altitudinem perducto, hujus sepimenta ita ponantur ut pali *g′*, *g′*, intra

tra intervallum *gg* inferiorum sepimentorum injiciantur, quod sponte efficitur, quando omne opus declivitate *ag'* exstruitur.

Aggeris materia aliunde certo erit petenda, cum soli conditio est limosa aut uliginosa; tum vero non est praetereundum: aggeris pedem exteriorem BC eadem materia esse muniendum, itemque ipsum solum eadem materia BCP ab aquae transitu defendendum, cum ille pes magnus esse debet: id quando fieri nequit, aut necessarium non existimatur, convenit omne solum BCD ex illa materia construi, ad maximam altitudinem, quae effodi potest.

§. III.

De constructione aggerum, quibus agri siccati cinguntur.

Quam breviter descripsimus fundamenti munitionem, eam imprimis esse instituendam ubi magnam aquarum vim ferre debent graves aggeres nemo diffitetur; attamen non semper usu venit haecce methodus, cum aut aggeres sunt leviores minimamque aquae vim sustinent, aut cum, ob summas impensas, non publice sed privatim faciendas, eadem institui nequit, aut denique cum ad tantam altitudinem soli conditio est prava, ut, concessis quidem labore et impensa, ipsa vix fieri queat: hujus rei specimen adest in iis aggeribus, quibus agri siccati aut siccandi cinguntur, quorumque igitur succincta descriptio hic non videtur incommoda.

Sed illos praesertim significamus agros, qui pro maxima parte ex terra caespitosa, quacum turfae fabricantur, sunt compositi; horum natura haec est: stratum summum, cujus crassities est inde a 0,5 usque ad 1 metrum, est genus terrae mollis, terrae caespitosae proprie dictae, (belg. *Veenaarde;*) est haec terra perquam pinguis, omninoque cohaerens, sed aquae gravitate dimidia tantum existens, idque maximo saepius est detrimento, siquidem illis in regionibus haec materia est optima, ex qua aggeres possunt confici. Superimpositum est hoc stratum alio strato deterioris etiam conditionis, quod plerumque quidem ad 5 metra est perductum, saepius tamen ad majorem altitudinem; haec est illa materia, e qua turfae fabricantur; dicitur belgice *Veen;* invenitur levior et gravior ipsa terra caespitosa, semper tamen aqua levior, sed est tenuis texturae, pinguis, limosa, uliginosa, et ubique fere aqua emollita. Existit deinde soli conditio melior, nam sequitur argillae stratum, tenue plerumque et diversae vertutis, post quod habetur arena.

Tenue terrae caespitosae stratum postquam est effossum, extrahitur omnis

 ma-

materia caespitosa, ad turfas fabricandas idonea, idque tamdiu quotannis instituitur, quamdiu adsint agri, ad huncce usum designati; relinquitur tamen agrorum series parvae latitudinis AB (*Fig.* 17.), (ad minimum 15 metrorum,) quae omnem effossam regionem circumdat, nec continua, sed pluribus fossis, ad commeatum necessariis, divisa. Effossis omnibus agris, tota regio aqua est impleta α; cinguntur enim agri relicti seu intacti AB ampla fossa ε, ipsos ab aliis agris, ad turfas fabricandas non designatis, dividenti, tum vero etiam ad commeatum destinata; communicatur haec fossa cum aliis canalibus, e quibus, per fossas agrorum AB, tanta continuo aquae copia adducitur, quantum terrae sit extractum.

Existit igitur series agrorum exiguae latitudinis, utrimque aqua oppressorum, conditione autem interna deteriorum. Quodsi agri caespitosi effossi sint siccandi, postquam expletae sint fossae, quibus agri AB dividuntur, aqua interior α molarum aut aliarum machinarum ope exhauritur, inque aquam exteriorem effunditur; hinc cataractarum ope aliorsum abducitur; sed tamen exterioris aquae ε nota augetur, potestque autumno et verno tempore, ob aquarum remotiorum, et canalium, fluviorumque, qui receptaculorum officium praestant, altitudinem accretam, ita quidem abducendi occasio impediri, ut aqua exterior ε solum AB transgrediatur; aquae autem nota eo imprimis etiam augetur, quod agrorum proximorum aquae nunc super minus spatium dispertiuntur, in quo simul etiam agrorum siccatorum aquae superfluentes, continuo exhauriendae, recipiuntur; ab hisce aquis ne magnum oriatur detrimentum agris siccatis, opus est aggere CFED, quo omnis siccatio (belg. *Droogmakerij*,) cingatur, et ab aquarum ambientium effusione defendatur.

Vix ulla itaque vi hi aggeres ab aqua afficiuntur, sed est etiam ipsorum materia deterrima, deteriusque reperitur fundamentum; exhausta enim aqua interiore α, solum a parte AI non premitur, sed premitur aqua exteriore ε: turfarum terra levissima NHM haud magnam praebet resistentiam, sed facile cedit, quod aqua est levior, itaque cum aqua penitus etiam sit emollita, superiores partes potius tenere tendit, quam remanere illiusque pressionem reprimere; ad hoc cum accedit aggeris pondus, certo haud praetereundum, etsi sit materia levissima, raro non est, terras caespitosas a parte HI subsidere, itaque soli partem AK secum ferre; quo casu maxima adhibenda est cura, ne hicce terrarum motus ulterius procedat, quo aquae exterioris transitus concederetur. Nec tamen tum demum collabuntur terrae, cum omnis aqua est exhausta, verum etiam dum aqua exhauritur, pedetentimque fit minoris notae altitudinis; itaque dum solum AI minus minusque premitur, minusque ab aquae

aquae exterioris pressione defenditur, idem saepius accidit, suntque tum quidem curae eo majores, ita ut per omnem siccationem nullae usquam fere offendantur majores difficultates, nullaque adstent majora pericula, quam in constructione et in procuratione aggerum, quibus agri exsiccandi cinguntur.

Fundamenti confirmatione eadem vix possunt evitari, est enim magna soli deterrimi altitudo AM; hinc nec ope putei Q, tenaci materia implendi, aquae pressio, terrarumque lapsus facile impeditur, nec virgultorum crasso strato fundamenti firmitas obtinetur, sed tam fundamenti AB, quam aggeris CFED mensura et figura idonea, quae immineant pericula, evitanda sunt.

Magna hac de causa sumitur fundamenti latitudo AB, interdum 25 metrorum, eaque profecto major est aut minor, prout turfarum terrae stratum HM majorem aut minorem habet crassitiem, magisque aut minus est tenax, majori deinde aut minori copia et varietate substantiarum heterogenearum permixtum, et prout aggeris corpus majorem habet aut minorem dimensionem.

Est aggeris altitudo haud magna; manet enim inter unum metrum ad minimum et duo metra ad maximum; agrorum autem situ proprio rectius definitur, (Conf. Cap. II. annotatio 13.) Verticis latitudo 4 metris raro minor est, ut ipse viarum officio possit fungi; inveniuntur majores, cum aquae exteriores ε ad magnam distantiam extenduntur, itaque fortiter possunt commoveri. Declivitatis exterioris mensura tanta vulgo sumitur, ut sit DO : OE = 2 : 1; interdum = 3 : 1; sed interioris declivitatis mensura major semper est; est enim, si DO : OE = 2 : 1, CG : FG = $3\frac{1}{2}$: 1; et, si DO : EO = 3 : 1, CG : FG = $4\frac{3}{4}$: 1, interdum = 6 : 1; aggeris pedes BD et AC sumuntur aequales, suntque duo aut quatuor metra lati.

Hasce mensuras esse justas longa probavit experientia; ex theoria supra exposita idem confirmare aut illustrare non possumus, quod caespitosae terrae cohaerentiae attritusque valores nobis non innotuerunt. Licet tamen horum mensurae fuissent cognitae, aliam profecto aggeris figuram inveniremus, quam quae ipsi tribuitur, et ita tribui debet: si enim agger DEFC ad aquam stagnantem retinendam inservit, aut invenimus declivitates aequales, aut, si ob materiae levitatem majore opus sit hujus copia, prodit exterior declivitas DE interiore declivitate CF major; hic autem declivitas interior duas ob causas exteriore declivitate fit major; cum enim aqua exterior ε plerumque sit solo AB humilior, nec, si superstat super solum, ad magnam inveniatur altitudinem, ipse agger vix aqua premitur, et perinde est utrum sit interior declivitas major aut minor quam exterior; si vero sumatur major, sequitur exinde, corporis pondus FGDE, aquae exterioris pressioni esse propius, quam si exterior declivitas in-

interiore declivitate fuisset major; est autem corporis FGDE pondus, maximum totius aggeris pondus; premitur igitur solum plus a parte ϵ, quam a parte aquae α, qua pedetentim minus etiam premitur dum aqua exhauritur; ergo quominus terrae ab hac parte premuntur, eo quoque minor erit metus ne collabantur; quodsi concidissent, mutaretur v. c. interior declivitas CF in PF, efficereturque magna declivitate CF, ut PF sufficientis maneret magnitudinis, itaque satis praeberet adminiculi aggeri FGDE, qui forte pro maxima parte collapsus fuisset, quando parva declivitas interior terrarum lapsu esset avulsa. Sic quidem magna declivitas interior omnino postulatur dum agri siccantur, nec minus magno sunt emolumento rei rusticae, postquam omnis regio siccata est; tum enim terrae MAI vallo terreo AIL, idonea declivitate AL praedito, (v. c. ut sit LM = 2AM,) munitur ab aggeris pressione perpendiculari et ab aquae exterioris horizontali vi; ipse autem agger, nunc satis firmus, graminibusque obtectus, pecori est pastioni; cui negotio (etsi maximum exinde capiant detrimentum aggeres, qui aquae fortiori pressioni et impulsui opponuntur,) magna inservit declivitas interior, meatu facilis, nec pecudum cursu tantum nocenda, quantum si minoris fuisset mensurae, itaque, ut facile ex aggerum situ editiore et convexo intelligitur, magni itidem pretii in siccationibus, quandoquidem ipsi agri siccati agriculturae aut videntur magis idonei, aut pro pratis minus adhibentur, ideoque, si longus est siccationis tractus, pratorum quandam penuriam efficiunt.

Construebantur antea siccationum aggeres tum demum, cum ipsa inciperet siccatio; conspicuum autem est, aggerum firmitatem non obtinuisse, nisi validis terrarum compressionibus, quod levi fundamento eique instabili maxime noceret; nunc vero meliori quidem utuntur ratione, qui magnam agrorum copiam, ad turfas fabricandas, extrahunt, et, posteaquam omnes agri sunt consumti, omnem locum, aqua impletum, siccare constituunt, aut ipsum siccare jure coacti sunt. Designata enim siccatione, designatur multo quidem ante ipsam exhaustionem, aggeris locus, cumque summum agrorum stratum terrae caespitosae ad turfas fabricandas non sit idoneum, deportatur haec materia, et in aggeris locum effunditur, tum ad justam figuram comparatur, nec tamen compingitur fortiter, nec vi comprimitur, sed, ut leviter est coacervata, sic sibi relinquitur; comprimuntur terrae propria gravitate, aggeresque compressi quotannis altera materiae copia acervantur in pristinam formam; tamdiu idem repetitur, quamdiu terrae subdidunt; ita autem fit ut aggeres 10 interdum annos ante ipsum siccationis initium jam jam sint parati, perque hocce tempus sibi relicti, tantam acceperint firmitatem, quanta ipsis vix posset tribui,

si

si brevi construerentur et magna vi comprimerentur: tali deinde ratione certi sumus aggeres fore firmos, eorumque fundamentum longa et aequabili pressione, quantum potest fieri, compactum, nec ulli vitio, ab aggeris properata constructione orto, laboraturum. Nihil tunc superest operis, quam ut recte expleantur fossae, per quas aqua interior cum exteriori aqua communicabatur, utque, his firmiter et solide impletis, superstruantur aggeres, similes iis, qui jam jam sunt parati, quibus recte conjungantur, totumque agrorum effossorum locum ab aqua exteriore praecludant.

§. IV.

De constructione aggerum in ipsa aqua.

Ita enim aggerum directio esse potest, ut per aquam invito transeat, cum tamen, ubi quodammodo possit, semper sit evitandum. Loco, quem agger in aqua debet occupare, haud existente amplo, velut si, quod modo monuimus, fossa est implenda, aut puteus haud altus, nil aliud erit agendum, nisi ut eo loco multum materiae injiciatur in aquam, tamdiu, tantaque copia, donec materia exaggerata ex aqua exstet satisque praebeat fundamenti; sed materia sit pura, et, quoad ejus fieri potest, gravis et tenax, tenuis porro, omnino oportet; tum enim fundi cava rectissime implentur, ipsaque materia, aquae interventu, optime cum fundo coagmentatur, nec erit metus, aquam transire posse, dummodo ille cumulus, quo aqua obstruitur, satis temporis sibi relinquatur, et nova exaggeratione continuo augeatur, ut, postquam maxime est compressa, et utrimque idonea declivitate instructa, similem praebeat fundamentum, ejusdem altitudinis, atque reliquum solum; quo facto, ipse agger modo cognito potest construi.

Verum enimvero si aggeris directio per longum aquae tractum designetur, aut si, quo est ipse construendus, magna aquae currentis vi afficiatur, aut denique si aqua, quem debet occupare, sive fluxu et refluxu continuo, sive undis commoveatur, minime pervenimus ad scopum, obstruendo illius locum cum materia terrea; quum enim haec non possit satis resistere, priusquam maxime sit repressa, (idque non nisi gravitatis actione, temporisque prolapsu contingatur,) citissime quidem talis materia de loco moveretur, quo fuisset injecta, cum aquae motui forti offerreretur, nec tempus adesset, quo recte inter se conjungeretur; aut continuo ablueretur cum per longum aquae tractum

 fuis-

fuisset injicienda, nec brevi ideo ad justam altitudinem et spatium potuisset perduci; insigni saltem opus esset materiae copia, multoque tempore.

Nunc igitur monebimus, quomodo ex virgultorum fascium idonea compage, aggerum fundamenta firmissima et solidissima in ipsa aqua ponantur, etiamsi haec suo celeri cursu et valida actione idem prohibere videatur. Summatim attamen et breviter hac de re dicemus, et aquam cursu rapido, aut fluxu haud intermisso, aut undis moveri cogitabimus; ita enim si fundamentorum firmissimam constructionem, hisce viribus maximis agentibus, descripserimus, facile erit intellectu, quomodo aliis in casibus idem optime possit effici.

Locus aggeris designatur longuriorum ope (*Fig.* 19.) *a*, *c*, *b*, *d*, et in ripas et in aquam injectorum, satis a se invicem distantium, ne operi sint impedimento; quo facto explorantur aquae altitudines inde ab una ripa usque ad alteram; hisce inventis, ipsae accuratissime in aggeris designatione notantur, sique a ripa ad maximam altitudinem uniformiter augentur, sumitur ex illis altitudo media; sin vero altitudines nullam sequantur legem, ea, quae est maxima, habeatur media. Hinc invenitur latitudo strati fascium virgultorum seu sarmentorum infimi; quum enim strata sequentia minoris evadant latitudinis, ita ut, omni fundamento posito, latera sint declivia, quarum declivitatum mensurae sunt $\frac{3}{4}a$ a parte fluvii, et $\frac{1}{4}a$ a parte opposita, (*a* notante mediam altitudinem,) habetur strati infimi latitudo, addendo harum mensurarum summa *a* latitudini aggeris pedumque designatae; cognita cujusque strati crassitie, inveniuntur singulorum latitudines, quae gradatim minuuntur.

Quae adhibentur sarmenta AB, (*Fig.* 18. N°. 1.) collecta sunt ex virgultis vivis alni aut fraxini, quae duabus copulis C,D, salicis colliguntur, ita quidem ut superior copula C distet a parte extrema B,0,4, aut 0,5 metrum, inferior autem D habeat distantiam AD, a parte inferiori A,1,5 aut 2 metrorum: Sunt ipsa virgulta haud crassa, ut sit pars inferior DA flexibilis: fascium longitudo diversa est in diversis locis; sunt illi, qui in Gelria adhibentur 5 metra et ultra longi; Hollandi tamen utuntur fascibus 4 metrorum; hi a summa parte B habent peripheriam 0,22 metrorum, illi sunt 0,31 metrum crassi. Sepimentorum ope inter sese copulantur, sed usu etiam veniunt vimina perlonga, AB (*Fig.* 18. N°. 2.), ex viminibus rectis salicium composita, quae ad distantiam 0,3 et 0,4 metr. fixis copulis vimineis colliguntur; ex quo intelligitur ea posse esse maximae longitudinis; sed crassities vulgo non excedit 0,1, aut 0,15 metrum; vocantur haec vimina conjuncta belgico sermone *Wiepen*.

a.

a. Maximae est firmitati ut fundamentum ripae fortissime sit junctum, quare si haec est arenosa, ideoque non tenax, aut si est abrupta et praerupta AE, (*Fig.* 20.), postulatur imprimis ut fiat aut firmior, aut minus praerupta: huic negotio ut occurratur, si $\beta\alpha$ (*Fig.* 19.) est fluvii directio, multa sarmenta juxta se invicem aqua superimponuntur, partes flexibiles flumen spectant, sic enim hujus vis ad ipsa eruenda minor est, quam si partes supremae *e* a flumine $\gamma\delta$ impellerentur; natant sarmenta, et hinc efficitur ut facillime et quoquo modo possint jungi; posito primo ordine *eg*, superimponitur alter, ita (*Fig.* 18.) ut sarmentorum summae B secundi ordinis, tegant copulas C primi ordinis; superimponitur tertius ordo, quartus, caet.; quaedam si mansissent cava aut interstitia, sarmentis quidem transversis *fh* implerentur. Omnia tunc sarmenta longis viminibus *ik*, transverse positis, (quo facilius omnia comprehendantur,) conjunguntur; ab extremitatibus totius strati duo talia vimina sunt quam proxima, ibi enim firmitati consulatur imprimis oportet; reliqua vimina distant 0,5 metrum, omniaque toti operi adnectuntur palis minoribus *l*, *l*, (*Fig.* 18.) qui per ipsa longa vimina sarmentis infiguntur; hoc facto, totum stratum obtegitur virgultorum solutorum stramento G, 0,1 aut 0,2 metrum crasso; id simili modo, viminum longorum ope, inferiori operi adnectitur. Sternitur tunc super hoc stratum, jam jam solidum, arena crassa H, ex fluviis effossa, (haec enim est materia optima, si quidem per minima penetret interstitia, sarmentaque suo glutine arcte conjungat, et ipsorum integritatem quasi conservet,) qua totum opus fit solidissimum; ipsius insuper gravitate efficitur, ut omne stratum paullatim submergatur, et fundum petat; (*Fig.* 20.) omnis tunc ripa praerupta AEF sarmentorum partibus flexibilibus recte impletur non modo, verum etiam in idoneam declivitatem AH mutatur; quodsi AH nimis etiam fuisset praerupta, altero quidem strato, similiter comparato, priorique adnexo, idonea consequeretur declivitas. Hujus strati latitudo latitudine strati infimi totius fundamenti paullo fit major, quo melius impleantur alvei et ripae praeruptae cava; tantae autem sit longitudinis, ut, postquam fundum attigerit, hujus partem praeruptam non modo obtegat, sed nitatur etiam ipso, quo est planus aut horizontalis, uti EF; sic quidem datur locus, ut, si nova forte orirentur cava, haec statim impleantur, solique suffossionem non efficiant; stratum autem quo melius ripae adnectatur, figuntur ipsa vimina longa palis minoribus ad ripae solum AI, quoque ejusmodi pali, sarmentis infixi, fortissimam praebeant compagem, adiguntur ipsi juxta copulam superiorem C, (*Fig.* 18. N°. 1.) qua tunc teneantur, dum sarmenta teneant arctissime.

Ri-

Ripa itaque, a qua agger est ducendus, munita, ponuntur quamplurimi sarmentorum ordines (*Fig.* 21.) in directione designata aggeris; spectant sarmentorum summae versus ripam, eodemque, quo praescripsimus modo, superimponuntur, ad tantam longitudinem quantum fluvii vis sinit, adque latitudinem strati infimi; sarmentis transverse positis interdum contexuntur, ut augeatur firmitudo, interstitiaque eo melius impleantur; duobus deinde viminibus longis ad extremitates quam proximis, in directione aggeris, *ab*, *cd*, palorum minorum ope, conjunguntur; reliqua tamen vimina transverse superponuntur, uti *kk'*, et recte connectuntur cum viminibus *kk* illius strati, quod tegit ripam, nec non cum viminibus *ab*, *cd* extremis; conjunctio autem fit in punctis *k*, *k'*, *e*, *f*, ope copularum salicium: deinde sternitur virgultorum solutorum stratum GG, (*Fig.* 22.), quod novis virgultorum longorum ordinibus *mm*, idoneisque palis, inferiori strato connectitur, nunc tamen omnia vimina peraeque diriguntur in directione longitudinis aggeris, sic enim utriusque strati (*Fig.* 21 et 22,) viminum ordines transverse sunt positi, quo itaque compagis firmitas maxime augetur. Tandem pars extrema AC sufficienti arenae gravis copia oneratur, qua submergatur quidem, ripaeque munimento superponatur, (*cd Fig.* 20,) ab altera vero parte DE aquae innatet; hoc ipso efficitur, ut, parte AC satis adfixa, nec fluminis vi movenda, sarmentorum inferiorum DE ordinatio ultra possit fieri, eodemque modo ad stratum fixum comparari.

Perducto opere ad magnam longitudinem, (v. c. 16 metr.,) priusquam ultra progrediatur, omne quod jam positum est stratum, altero strato obtegendum est, ut partes extremae AC, BH caet., una post alteram fundum petant; nisi enim omne stratum pedetentim adfigatur solo seu fluminis alveo, metus erit, ne, si per longum tractum aquae innatet, fluvii vi a ripa avellatur et auferatur; sed alio modo tunc sarmenta sternuntur. Incipiendum enim est a medio M, (*Fig.* 23,) et prima sarmenta *ab* aggeris directioni fere parallela sternuntur; quae autem hisce imponuntur *ed* magis vergunt ad directionem perpendicularem, quam fere sequuntur tertii sarmentorum ordines *ef*; maxime enim firmitati consulitur, quando sarmentorum ordines alia directione se invicem tegunt, alioque continuo modo aquae offeruntur; sic etiam interstitia melius implentur, et omne opus magis magisque ad solidum corpus confirmatur, cum omnia sarmenta hoc modo magis contexantur quam superponantur et acerventur; adfertur porro hocce contextu illud commodum, quod sarmentorum extremitates flexibiles *b*, *d*, *f* fundamenti latera tegant, hisque sponte praebeant idoneam declivitatem. Continentur haec sarmenta solitis viminum or-

ordinibus, in directione longitudinis aggeris positis *m*, *m*; extremitates autem nunc instruuntur duobus sepimentis KL, KL, quae duobus viminibus longis sunt proxima. Omne denique stratum magna oneratur arenae copia P, quae ad extremitates peraeque acervatur, ut totus contextus aequaliter subsidat.

Habet igitur haecce pars longior satis ponderis, quo, ipso quamvis fluvio incurrente, locum tenet, quem occupat, et ripae manet adfixa; sic igitur aggeris stratum inferius DE (*Fig.* 22.) ultra poterit produci. Sed pars prior aggeris, (*Fig.* 23), e duobus stratis jam constans, multaque arena onerata, paullatim subsidit, tandem submergitur, tunc aqua superfluit; hoc ubi locum habet, citissime omnes arenae acervi super omne stratum aequantur, qui per totum igitur corpus pedetentim distribuuntur hujusque soliditatem efficiunt; ea de causa arenae stratum Q ad crassitiem 0,3 metrorum sternitur, formaque gaudet in medio convexa; quae autem ab extremitatibus infixa sunt sepimenta hunc arenae acervum retinent: ut vero impediatur quominus strata submersa dimoveantur aut diversimode subsidant, utque semper teneant eundem locum, adiguntur in directione longitudinis aggeris pali fortes K, K, L, L, magna spatia 6 aut 8 metrorum intercipientes, tantaeque longitudinis, ut, postquam satis in solum sive in alveum sunt injecti, aquae tamen superficiem tangant.

Omnis deinde pars novo sarmentorum strato obtegitur, quod eodem modo nunc super arenam adaequatam superstruitur, sepimentis instruitur, et arena iterum oneratur, donec submergitur; adaequenda tunc rursus est arena, similique strato tegenda, ipsaque haec operatio tamdiu instituitur, quamdiu totum corpus subsidit, et fundum nondum tenet, quod ubique profecto fit aequaliter, quando per omnem aggeris regionem singulae operationes uniformiter procedunt.

Attendendum est hoc unum: sarmentorum strata peraeque consterni ubique, cum fundus aut alveus ejusdem ubique sit altitudinis, aut uniformiter fiat altior; ubi vero altitudines reperiantur irregulares, irregulari quoque modo institui sarmentorum ordinationem, ita tamen ut pro altitudinibus majoribus crassius fiat sarmentorum stratum; sic altitudinum notae ratio docebit, quot sarmenta sint coacervanda, ut, postquam arenae copiae gravitate fundum petierunt, rectissime insinuantur in alvei cavis, si quidem ipsorum partes flexibiles fundum tegant.

Omni tandem aggeris loco sarmentis junctis impleto, idonea sternitur argillae aut arenae fluvialis copia super summum sarmentorum stratum, ad justam nunc ex aquae superficie altitudinem perductum; quem in finem stratum

 sum-

summum sepimentis instructum est ad terras retinendas; strati crassities est 0,5 metrorum; relinquitur per aliquot dies, ut maxima operi tribuatur soliditas; aequatur porro et partim a lateribus transfunditur; imprimis enim postulatur ut haecce latera alia ejusdem materiae copia contegantur, quo impleantur minima etiam foramina, totique aggeris fundamento detur tegumentum, quo aquae transitus prorsus impediatur, et virgulta contra temporis injurias muniantur. Hoc facto, habetur fundamentum, quo agger terreus potest superstrui.

Tanta autem aquae esse potest vis, quae terras, ab extremitatibus effusas, etiamsi firmiter sint compactae, continua actione destruat; alia tunc adhibetur fundamenti construendi ratio; — duo enim comparantur sarmentorum aggeres, intervallo separati; eodem quidem modo contexuntur, sed alia ratione sunt dimensi, cum exterioris aggeris summo strato tanta tribuatur latitudo, quanta aggeris terrei pedi exteriori convenit, itemque pedi interiori aequatur aggeris interioris summum stratum; ex quo intelligitur, ipsos distare intervallo, aggeris terrei basin comprehendenti. Intervallum idonea materia impletur, eaque per longum tempus sibi relinquitur, continuo exaggeratur quantum sit compressa, tandemque super omne fundamentum adaequatur.

b. Mittenda attamen est haec ratio, ubi aquae motu irregulari, e fluxu continuo et refluxu aut undis orto, omnino prohibetur, quominus sarmentorum ordines aqua superimponantur, ita ut innatent, tamque facile retineantur, quo omnis uniformiter perducatur operatio; enimvero hoc turbato motu cito omnis textura innatans laxaretur, discinderetur, divideretur; quare si, junctorum sarmentorum auxilio, aggeris firmum comparare velimus fundamentum, omnem ita adparemus compagem, idoneoque loco componamus, ut hocce periculum omnino evitetur, necesse est.

Delecto igitur idoneo loco prope ripam declivem, aut apto loco effecto, junguntur quamplura vimina longa AB, (*Fig.* 24.), intervallis AA, BB, unius metri distantia, similibus viminibus CD, transverse eodem modo superpositis; fit conjunctio ope tenacissimarum copularum, in omnibus punctis E, quibus vimina CD transeunt inferiora vimina AC; funes porro crassi AI, CI, omnibus illigantur juncturis extremis, A, B, C, D caet., nec non singulis tertiis aut quartis juncturis F, F, quibus insuper defiguntur pali minores FK, circa quos funes dicti circumflectuntur.

Inservit haec crates aggeris fundamento, cumque alveus fluminis seu lacus ipsa debeat obtegi, implentur omnia viminum transversorum intervalla strato arundinis vivae *a*; haec enim, quae sub aqua manet integra et viridis, maxime

me est idonea materia, qua parva illa alvei cava occupentur; prius tamen in singulis quadratis crassa figuntur virgulta GH, ut efficiantur quasi clathri, quibus arundo nitatur; est enim arundo tenuissima et admodum flexibilis, nec satis sustinetur viminibus AB, quae unum metrum distant; sternitur porro stratum sarmentorum *b*, *b*, quorum summae partes singulis viminibus longissimis AB nituntur, viminibusque transversis CD sunt parallelae; fit hoc ab utraque parte C, D, ita ut ad mediam cratem usque L, eodem quidem ordine sint strata, ibi tamen sibi opponantur; sic enim ubique eadem adest firmitudo, et ipsum opus utrimque peraeque procedit. Superimponitur deinde alterum stratum sarmentorum *c*, eodem modo sed transverso ordine positorum, longioribus viminibus AB parallelorum. Potest denique hoc stratum tertio strato *d* consterni, et quarto, si opus sit, quod tamen eodem modo conficitur, dummodo singula strata transverse superimponantur. Contegitur tandem omnis textura altera crate, quae similis est crati inferiori ABBA, cujusque tantummodo partem MNOP notavimus; inserviunt nunc funes AI inferioris cratis, quibus crates superior toti compagi firmissime adligetur; deflectuntur itidem funes F, atque circa vimina superiora firmiter circumflectuntur; quo facto, ad singulas juncturas seu fibulationes E adiguntur pali fortes, ab imo praeacuti, totius compagis crassitie paullo longiores.

Omnis moles in aquam immittitur, tenetur que ipso loco, quem debet occupare, ope remulcorum, extremitatibus A, A, B, B, firmiter ligatorum, quatuorque lintribus retentorum; magna argillae aut terrae, aut arenae fluvialis copia supersternitur, adaequatur ubique, firmiter pangitur, ut sarmentorum interstitia rectissime impleantur: est hujus strati crassities 0,3 metrorum, in medio convexum, quo ratio habeatur compressionis; inserviunt autem idonea sepimenta NO, OP, PM, ad extremitates et in media crate posita, ad terram retinendam. Tota compages hoc terrae onere aquae gravior, sponte submergitur, subsidit, alveique locum designatum occupat, quando remulci paullatim laxantur, fitque tum eadem gravitate ut pali praeacuti, de quibus diximus, solo infigantur, iisque tota compages retineatur. Similis denovo comparatur junctura cratium, sarmentis transverse superimpositis intertextarum; immittitur in aquam, oneratur, submergitur et super primam molem superimponitur: idem repetitur, donec omnis moles aquae superficiem tangat.

Harum cratium longitudo tanta sit, qua omnem locum, quem agger occupare debet, in longitudinem tegant, saltem cum haec longitudo non sit maxima, v. c. 60 metrorum; etsi enim operis difficultates augentur, adaucta cratium magnitudine, tamen, spretis laboribus, totius molis firmitudini maxime consulitur, id-

idque cuivis est apertum. Attamen pro multo majori longitudine duae potius adhibeantur crates, aut tres aut plures; hae recte immergantur, sibique sint quam proximae omnino oportet; maxima enim si fuisset aggeris longitudo, nimis augeretur operariorum machinarumque numerus, operisque justa positio super alveum difficilius adtingeretur, praesertim cum fundus magnis serpat cavis.

Latitudo cratium est diversa: summae compagis latitudine GH, (*Fig.* 25.); comprehenduntur aggeris pedumque latitudines; sequentium cratium latitudines continuo augentur, ita quidem ut sit EK $= \frac{1}{4}$ GK, FI $= \frac{1}{2}$ HI; determinata igitur crassitie HI $=$ GK $=$ caet. $= b$, dum GH $= a$, fiet compagis secundae EF latitudo $= a + \frac{3}{4}b$, tertii $= a + \frac{6}{4}b$, et sic porro; quare infimae compagis latitudo statim habetur, quando compagum superimpositarum numerus pro aquae altitudine cognitus est; habet tunc omnis moles declivitatem exteriorem LB $= \frac{1}{2}$ LH, interiorem AM $= \frac{1}{4}$ MG.

Diversa item est cratium crassities, si quidem pro mediis altitudinibus et mediocri aquae vi, crassities 1,26 metrorum sufficiat; sed ipsa sit major videtur, quando altitudo aquae hujusque impetus sint majores: hujus tamen crassitiei justa augmenti ratio vix reperitur, sed valet hoc in genere: eam 1,26 metr. crassitiem, ni locorum et temporum ratione major postuletur, esse idoneam, crassiores enim si fiant crates, maxime ipsas amittere flexibilitatem, neque rectissime in alvei cavis insinui posse.

Crate quadam posita, altera non prius superstruitur, quam aquae superstantis altitudo sit explorata; etenim si fundus non est aequus, quoniam crates flexibilitate magna sit praedita, hujus superficies itidem erit iniqua; ergo cum magna reperiuntur cava, haec citissime implentur sarmentis junctis, gravis materiae onere submersis; sic enim cratis sequentis fundamentum adaequatur, et utriusque conjunctio erit arctior.

Idem instituitur donec omnis moles ad aquae superficiem est perducta. Obtegitur strato sarmentorum, sic ut infima in aggeris directione sint posita *ab*, tum quidem sarmentis transversis contecta, omnia porro viminibus longis juncta, tenui insuper virgultorum stramento completa, aliis denique viminibus adfixa, et sepimentis utrimque instructa; sternitur materia terrea, perque quoddam tempus totum opus sibi relinquitur. Id postquam satis est compressum, novo deinde sarmentorum junctorum strato exaggeratur, nisi satis jam supra aquae superficiem exstet. Tota moles fundo adfigitur fortibus tignis NO seu sublicis, ab exteriore parte adactis; sunt autem ipsa tigna tam ad fundi naturam,

quam

quam ad aquae altitudinem dimensa, nec uno aut duobus metris majus intervallum inter se continent.

Hocce aggere comparato, aquae transitus praecluditur magna materiae terreae copia NPQ, TRS, utrimque effusa, saepiusque repetita, quo satis compingatur et comprimatur; quodsi aquae motus idem prorsus impediat, aut magnus adsit periculum ne terrae cito eruantur, comparatur, ut supra jam monuimus, agger duabus cratium compagibus, quae idoneum praebent intervallum, quod totum terrâ expletur; est haec autem ratio plerumque magis laudanda.

Saepius quidem postulatur ut ipsa moles, (qua agger terreus superstruitur,) aut a parte exteriore, aut utrimque etiam, vario munimento ab aquae impetu defendatur: id autem quomodo pro circumstantiis instituatur, et adtingatur, satis apparebit, cum de aggerum munitione usitatissima dixerimus, cujus rei nunc sequitur brevis expositio.

CAPUT QUARTUM.

DE MUNITIONE AGGERUM.

Agri itaque regionesque, aqua ambiente humiliores, quum idoneis aggeribus contra hujus vim et impetum muniti sunt, explorandum omnino est, quid ejusdem aquae actione perpetua in ipsos aggeres efficiatur; hi enim, optime quamvis constructi, illoque naturali et firmo imprimis caespitum tegumento confirmati, aquarum vim perpetuo non sustinent, sed harum turbido motu eruuntur, itaque debilitantur; quod ne fiat, idoneo munimento ipsi sunt corroborandi. Ubi vero soli conditio est prava, aut ubi deest spatium aggeri debitum, haec, quae deficiunt, varia munitione sunt adaequanda, ut aggeres ita muniti peraeque resistant, atque si super firmum solum, ad idoneam formam sint constructi.

Est igitur hujus rei explicatio praecipua nostrae disputationis pars, quam tamen in eo tantummodo simus absoluturi, ut recte appareat, quanam ratione, optima illa quidem et ubique aeque bene instituenda, aggerum idonea munitio obtineatur; si enim, quae in diversis patriae regionibus instituuntur,

ag-

aggerum muniendorum diversas rationes fuse pertractaremus, hujus libri volumen praeter modum amplificaretur.

§. I.

De munitione aggerum, quibus aqua stagnans retinetur.

a. Aggeres, qui aquam stagnantem retinent, si idoneo pede exteriore BC, (*Fig.* 26.), sunt instructi, nullam proprie patiuntur vim ab aqua, praeter hujus pressionem; eâ autem, quod est vis mortua, ut dicunt Mechanici, agger minime laeditur, nulloque igitur ei opus est munimento. Re tamen vera aqua vix reperitur stagnans; ad hanc vero referre solemus, quae fossis, canalibus et rivulis continetur, cujusque vim, si forti commota est vento, aegre cum aquae currentis impulsu, minimeque cum undularum impetu comparemus; potest haec vis, quam significamus, haud multum in aggerum declivitates, caespitum vestitu contectas; verum ubi soli materia est levis mobilisque, valet ipsa quidem aggerum pedes CD eruere, ipsos excavare, magnumque tandem adferre damnum. Summa enim aqua EF commota, motus usque ad fundum DG, haud ita altum, transmittitur: hac actione, quantulacunque sit, pedis BC declivitas CD afficitur; tegumento autem firmo caret, terraque CD, aquae contigua, itaque emollita, (praesertim si est levioris molliorisque naturae,) parva tantum tenacitate gaudet, ideoque vix resistit, cum ista minori percussione, seu pressione, variis in punctis, varie afficiatur, et cedere tandem aut subsidere cogatur.

Evitatur hoc periculum simplici soli DG declivitatisque CD ruderatione CDG, adeo quidem perducta, ut sit DG ad minimum = CH; est enim CDG sub aqua; hinc, et ob ruderum formam irregularem, impeditur, quominus CDG lapidibus regulariter contegatur, sed ruderibus sine discrimine injectis, ideoque irregulariter superimpositis, opus est declivitate, qua inferiora superioribus satis praebeant adminiculi, cumque HD vulgo = CH, hac ipsa altitudine latitudo DG vix minor esse potest, siquidem tam soli DG pars, quam declivitas CD sint ruderandae, quo haec CD ab aquae laesione omnino defendatur; hoc autem pro illa aquae actione, quam hic intelligimus, tali ruderatione prorsus obtinetur, quod rudera, et sua gravitate et aquae pressione, ita tandem compinguntur tam inter se quam cum solo CDG, quae aquae actione, ut ut pro locis maxima, auferri vix queant; manent igitur, solum CDG tegunt, hujusque

quae prohibent avulsionem et excavationem; nec quidquam hoc munimento hic melius, nec minori impensâ conficiendum, nec durabilius.

b. Quando, ob soli spatium determinatum, abest pes exterior, ideoque si BC est ipse fundus, omnino desideratur similis ruderatio IBC.

c. Spatio deficiente, ad aggerem exstruendum necessario, aut existente ripa praerupta, huic occurritur vitio ope muri aut parietis lignei, sive verticalis contabulationis, (belg. *schoejing*,) quibus terrae retineantur, et exterioris declivitatis locus teneatur; praestat tale adminiculum, ubi necessarie postulatur, magnum officium, nec tamen adhibetur nisi pro parvis aggeribus; hanc ob causam, et quoniam ejusmodi contabulationum ratio omnibus est notissiam, ipsorum explicationem praeteribimus.

§. II.

De munitione aggerum, quibus aqua currens terminatur.

Hujus generis aggeres, si per se aquarum impulsui resistunt, nullo vix indigent munimento, quum multa terra aggerali, bonae materiae, praediti sunt. Quam enim patiuntur vim ab aquis superioribus, magna copia accretis, ipsorumque vertices paene tangentibus, nunc non consideramus, quod primum de pedis exterioris munitione dicemus, ut, illo periculo adstante, aggeres ab hac parte satis valeant.

a. Et iis quidem aggeribus, quorum minor est pes exterior, quam ut aggeri sit praesidio, validissimum interdum praebet munimentum ipsa Natura, arundinem scilicet, haud ita magna copia ante pedem concretam; hujus enim segete fluminis vis omnino frangitur, si quidem arundines perquam elasticae, et dense porro oppositae, ab aqua vix frangi possint, ideoque impediunt, quominus aggeris pes laedatur. At tale munimentum raro in fluviis invenitur, ubi ita desideratur, eamque ob rem artis auxilio saepissime opus est.

Valet et hic pedis exterioris ruderatio, de qua modo monuimus, dummodo fluvius non sit rapidus, nec magnae ante ripam altitudinis. Perducitur ruderatio inde ab alveo E (*Fig.* 27.) usque ad aggeris declivitatem B; postulatur ut totus tegatur pes, itaque defendatur ab aquae impulsu, quando haec altitudine accreverit, declivitatemque attigerit; sic enim, quicunque sit fluminis cursus ratione aggeris directionis, rudera facillime eruerentur, ad summum pedem C tantummodo adducta, quod aegre accidit, cum rudera inferiora CDE superioribus BC premuntur; quoque idem periculum evitetur in B, efficiendum est,

est, ut declivitas BF cum aggeris declivitate AB coincidat, utque summi lapides BF, regulariter sint constructi, tum enim, quod omnino patet, difficillime ab aqua dimoventur, magnamque praebent resistentiam. Augetur eadem resistentia, cum ipsa ripa uno aut duobus aut pluribus sepimentorum ordinibus *ab*, *cd*, per omnem aggeris muniendum locum positis, et tenue virgultorum stratum *ef* compingentibus, instruitur, deinde ruderatur; tenui enim virgultorum strato fundamentum confirmatur ad lapides fixe sustinendos, etiamsi magna aquae vi premantur; et sepimentis impeditur, quominus rudera BF, reliquaque auferantur, si aquae concitatae, in aggerem impulsae, hujusque obstaculo quodammodo repulsae, lapidum compagem eruere valeant; quumque sepimenta ruderibus non sint tecta, sed ex ipsis exstent, tantum quidem hisce minuitur aquae vis, ut et inferiora rudera moveri nequeant; idque, ni ita foret, damno essent sepimenta, quod ruderum compagem integram non concedunt, nec cum ipsis rectissime conjungi queunt. Flumen quocunque currens, cum rudera ab eo aufferri non possint, optime iis sustinetur et repellitur, cumque ideo lapides ripam laborantem continuo tegant, haec non laeditur, agger autem defenditur.

Ubi major est fluvii vis, et aqua altior, ripaque magis praerupta, ibi ripae solidiore et integra compage solent contegi et expleri; ruderatio enim hic non sufficit, quod irregulare et inaequale praebet munimentum, alveum vero ab excavationibus non defendit, sed has efficere potius videtur. Magno autem cum fructu adhibetur sarmentorum junctorum stramentum MBHDGFE, (*Fig.* 28.), haud magnae crassitiei, (plerumque 1,4 metrorum,) omnem ripam laborantem in longitudinem tegens, insuperque pro magna parte GDS fluvii alveum occupans, ut satis habeat adminiculi, etiamsi alvei excavatio ultra procedat. (Est enim magnis in fluviis haud infrequens, ut ripae aquae currentis vi valide afficiantur, et cito eruantur, ubi ipsarum resistentia sive cohaerentia aquae attritu et impulsu superatur.) Contexuntur sarmenta, de quibus monemus, simili fere modo, quo id fieri solet pro aggerum fundamentis, quae per aquam diriguntur, ut in superiori capite breviter docuimus; cum vero alia nunc sint observanda, non erit incommodum, hoc negotium paullo illustrare.

Sarmentorum stramentum etsi haud crassum, et magna ideo praeditum flexibilitate, qua ripae alveique cava recte impleantur, attamen et operi et operationi erit utilissimum et commodissimum, omnem ripam praeruptam BFM effodere, partesque effossas in flumen dejicere, ut ipsa, quae existit praerupta BFCG, mutetur in declivem ripam EFG; quo facto, supersternuntur sarmenta L, A, D caet., (*Fig.* 29.), quorum partes inferiores flexibiles fluvii directioni op-

opponuntur; ipsa ad ripam adfiguntur ope lentium viminum, solo injectorum, ne fluminis vi abducantur; transeunt interdum sarmenta, transverse posita, quibus priorum separatio impediretur. Hoc stratum, ad latitudinem HU duorum metrorum perductum, ne, quam acceperit soliditatem, aquarum impulsu amitteret, ope longorum viminum G, G, H, transversorum compingitur, et ripae eorundem ope adfigitur. Hoc juxta novum stratum EIKF sternitur, viminibus L compingitur, quibus cum viminibus G adjacentis strati contextis, duobus stratis HEU, UKIE, una eademque compages efficitur; repetitur haec operatio per omnem operis designatum locum; alterum tunc supersternitur sarmentorum stratum, quorum tamen, singulis ordinibus positis, vincula solvuntur, itaque inter se contexuntur, et adaequantur. Hoc strato, viminibus longis transversis et cum inferiori strato et cum ripa connexo, si nondum ad definitam crassitiem pervenisset opus, simili sarmentorum solutorum strato augeretur, et sic porro.

Longissimis viminibus PQ, *pq*, RO, ab extremitate RO ad distantiam 0,5 metrorum, in directione ripae parallela, ideoque viminibus NO fere perpendiculari, adnectis, extrema vimina NO, PQ, RO, firmis sepimentis instruuntur, et ad distantiam duorum metrorum PS, per omnem longitudinem, alii adduntur sepimentorum ordines, quibus formantur quasi cistae SPOV, haud altae, ad materiam gravem recipiendam et retinendam destinatae. Implentur cistarum spatia saxis silicibus aut aliis gravibus lapidibus, deinde arenâ crassa totum opus contegitur; submergitur hoc onere et contra ripam premitur; ibi firmiter retinetur lapidum pondere, quod vix imminuitur, si quidem tam sepimentis, quam arena gravi, quae tanquam coagmentum et obductio accedit, prohibeatur, quominus lapides a fluvio auferantur. Hunc itaque in modum ripa, ut diximus, et alvei pars teguntur et tueuntur ab aquarum offensione; nam spectant sarmentorum partes flexibiles versus flumen; hinc omne stratum a parte BK perquam est tenue, et inde a B usque ad A, L, crassitie paullatim augetur, ergo, cum fundum tegit, paullatim quasi ex alveo surgit, fluvioque praebet latus declive, quo soli sive alvei excavatio ne melius quidem impediri potest; hoc autem omnino efficeretur, quando sarmentorum partes superiores seu crassae flumini fuissent oppositae; tum enim virgulta difficillime solo aut alveo insinuarentur, praebereturque flumini latus rigidum, minus declive, quo ipsum repelleretur, in vortices ageretur, fundusque cito erueretur.

Firmior attamen plerumque desideratur conjunctio quam sola vimina longa, quibus sarmenta ad ripam sunt adfixa; vimina enim, cum aquae supra ripam accreverint, facile possunt solvi: hoc ne fiat, altero strato MNI (*Fig.* 28.)

 si-

similiter confecto, in formam prismatis triangularis, minoribus palis, trans stratum EBIDG adactis, adfixo, omne opus contegitur; solutorum deinde strato sarmentorum, sufficiente copia superimpositorum, confirmatur, qua de causa ipsarum partes crassiores versus ripam spectant; sepimentis porro compingitur, et hisce terrae copia retinetur, quae tandem supersternitur. Sic opus fluminis vi ab ripa vix sejungitur, ipsa ripa quam maxime confirmatur, et agger habet pedem ut validissimum ita et firmissimum.

Sequitur altera ratio pedis confirmandi, quae usu venit in fluminibus inferioribus, ubi maris aestus cernitur; adhibentur autem hic rursus crates junctae sarmentis intertextae, quarumque usum supra jam descripsimus. Et primum quidem, si ripa non valde praerupta, alveusque probabili ratione fluminis vi haud ultra excavatur, ripam una talium cratium compage LMGDM contegere sufficit, magno dummodo pondere sit onerata, et ipsi ripae recta adjuncta, cui negotio similis inservit contextus PQNSML.

Cum vero ripa sit nimis praerupta, simulque alvei excavatio continuo procedat aut augeatur, ejusdem cratium compagis ope evitantur quae immineant, verum ipsae compages ad solidius firmiusque corpus compinguntur; deponuntur enim (*Fig.* 30.) quamplures cratium compages, aggeris instar, ante ripam, ut A, B, C, D; uno deinde supra aquam sarmentorum solutorum strato G obducuntur, quod cum supra ripam satis sit perductum, sepimentisque et viminibus tam operi inferiori quam ripae adnectum, adiguntur longae sublicae PQ, duo ad minimum metra distantes, per omnem cratium compagem, in fluvii alveum; summum stratum G idonea terrae copia, ut supra monuimus, cooperitur.

Singulae cratium compages A, B, C, D, arctissime quidem cum ripa conjunguntur, ob eorundem maximum pondus, minimaque interstitia *a*, *b*, *c*, citissime implentur eadem materia, qua singulae, ut subsiderent, cooperiebantur. Est cratium compages infima simul etiam latissima; reliquae latitudine continuo diminuuntur, ut fluvio praebeant declivitatem et alvei excavationem prohibeant, idque, quantum quidem fieri potest, impeditur, quando inferioris compagis A latitudo magis etiam augetur, deinde saxis silicibus oneratur. Haec enim cum singulis cratibus nitantur, ipsae non modo firmius inter se tenentur, melior verum etiam, ut ex figura apparet, efficitur declivitas, et, quod maximum est, nisi fundus minus eruatur, at certe quominus aggeri magnum damnum adferatur, ita impeditur; latiori enim illa cratium inferiore compage TF, et lapidum superpositorum magno pondere, omnia cava simul etiam implentur atque ipsa existunt; huic igitur latiori parti dicta nocet ex-

ca-

cavatio, sed eadem tamen vel maxime prohibetur, quominus moles GEF accipiat magnum damnum, ideoque ab aggeris firmitate vix quidquam detrahitur. Quod autem de una parte GEF hic diximus, idem monitum velimus de omni molis latere, quod, flumini oppositum, lenta acclivitate quasi ex alveo surgat oportet.

b. Ex hisce igitur intelligitur, qua tandem optima ratione aggeris pars inferior, quae aquis est oblata, ab harum impetu salva esse possit; indeque non opus est pluribus monere, quomodo ex sarmentorum concinna textura totus aggeris pes exterior possit formari, si ipsi aggeri deficiat; hoc enim eodem redit, ac si aggerem terreum, humiliori sarmentorum aggere, priori recte conjungendo, munire velimus, ejusque rei ratio satis jam cognita est.

c. Nec minus conducunt ejusmodi munimenta ad aggeres tegendos, quibus flumen non modo excipitur, verum etiam versus aliam partem repellitur. Flumen enim magna velocitate in directione $\alpha\beta$ (*Fig.* 51.) ripam ACDF impellens, haec, sarmentis haud munita, quod eam ex terrea materia compositam esse intelligimus, citissime erueretur; id autem iis munitionibus, quae descripsimus, impediri licet possit, aliis attamen consulendum est: eo enim loco, quo flumen magna currit celeritate versus ripam, ipsius alveus plerumque excavatur, ad ripam autem oppositam alveus non immutatur; sic igitur post quoddam tempus fluminis velocitas major est prope ripam AC, quam ad ripam oppositam, ubi datur locus ut fluminis materia arenosa seu limosa, quam secum fert dum currit, deponatur; hinc in eadem fluminis sectione transversa maxima adest alvei diversitas, quod, cum et flumini et navigationi magno esse possit damno, arte evitandum est. Evitatur vero, si fluminis cursus, quo fit irregularis, ita mutetur, ut per omnem fluvii latitudinem, tum ripis parallelus tum regulari velocitate procedat; instruitur hunc in finem altera ripa AC, quae flumini est oblata, minoribus operibus ABC, DEF, ex sarmentis junctis, in formam trianguli ABC, DEF, compositis, quo flumini praebeant latus AB, paullo tantum declive seu fastigatum; aut etiam integri construuntur aggeres GHIK, ex sarmentis in ipsum flumen positi, et ripae adfixi; horum aggerum (qui a Gelris et ab Hollandis, nomine belgico *Krib*, ab aliis ejusmodi operibus distinguuntur;) comparatio non differt a constructione fundamenti aggeris, qui trans aquam dirigitur, quod in superiori capite, satis, ut opinor, illustravi: minora illa opera triangularia, (quae nomine *pakwerk* apud nos sunt cognita,) simili fere ratione construuntur, hac tantum intercedente differentia, ut sarmenta, quorum partes flexibiles in aliis operibus versus flumen diriguntur, nunc quidem ipsorum summas flumini prae-

 beant,

beant, tum autem in directione transversa AB superponantur; sic enim latus AB fit rigidius, magis ad flumen repellendum idoneum, nec aggeri minori est munimento. Cognitis itaque horum operum duplici usu et comparandi ratione, convenit de eorum directione et forma in flumine quaedam addere.

Aqua in directione obliqua *ab* planum AB percutiens, hujus obstaculo repellitur, novamque accipit directionem *bc*; quodsi planum AB quam maxime durum et aequum, et si omnes aquae particulas separatim considerare licitum esset, foret angulus repulsionis *cb*B angulo incidentiae *ab*A aequalis; sequitur igitur particula *a*, post percussionem, viam cognitam *bc*, a qua tamen repellitur proxima particula *d*, alia velocitate in directione parallela *de* incurrenti; hujus autem velocitate cognita, quoniam particula ingreditur via *bc* eadem velocitate, qua planum AB percusserit, habetur, ex compositione velocitatum, via intermedia B*f*, quam sequitur aqua, tam plano AB repulsa, quam actione particulae *d* a via *bc* deflecta. Valet idem ratiocinium de reliquis aquae particulis; ex quo intelligitur, aquam, ita continuo deflectam moveri in linea curva, cujus natura et figura Matheseos sublimioris ope posset innotescere, si et velocitatum in diversis fluminis punctis diversarum lex, et repulsionis ratio mathematice fuissent definitae; constaret exinde quorsum aqua evaderet, ipsique operi ABC talis posset tribui positio, qua aqua illic repelleretur, ubi opportunissime procederet; verum hoc nobis non conceditur; est enim planum AB haud aequum, sed multis asperitatibus inaequale; hinc varie repellitur aqua; impeditur porro regularis repulsio fluminis velocitate, inde ab A usque ad B plerumque diversa; aliter exinde fit velocitatum aquae repulsae compositio, atque eandem intelligimus; quibus omnibus accedit, quod de fluminis velocitate in omnibus altitudinis punctis, non nisi experimentis judicare possimus; quae igitur qui consideret, simulque reputet, nos ex particularum separata actione vix ac ne vix quidem de totius massae aquae effectu posse statuere, is facile nobiscum consentiet, vanam esse illam theoriam, quae de fluminis repulsi determinata directione agit. Nos autem idem sentimus, et, viri expertissimi et celeberrimi auctoritate freti, sine dubio praedicamus (16). Modo ita dirigantur opera ABC, ut angulus *ab*A, quantum pro circumstantiis fieri potest, sit acutissimus; tum enim, etsi de aquae repulsae directione certo non judicetur, erit tamen hujus angulus cum plano AB haud major; si autem quamplura adsint opera similia ABC, DEF caet., quibus flumen paullatim repellatur, cursumque accipiat ripis maxime parallelum, haud erit

(16) Conferantur quae a cel. BRUNINGS annotata sunt in *Woltmanns Beyträge* caet. III. B. z. LII.

erit metus ne ripa opposita fluminis vi nimis laedatur; tum enim talia opera magno sunt detrimento, cum ceteroquin maximae sint utilitatis ad ripas seu aggerum pedes, seu ipsos aggeres, nullo pede confirmatos, tegenda, nec prohibeant minus alvei irregulares excavationes.

Aggeres, ex virgultorum fascibus in flumen compositi GHIK, raro construuntur eo consilio ut aggeribus sint munimento, sed efficiunt potius, ut flumen γδ repellatur versus oppositam ripam, ibique eruat deportetque pulvinum P, aut excavet alveum minus altum, ex fluvii majori celeritate ad ripam FGH, quam prope adversam ripam, ortum, itaque ejusdem cursum regularem restituat; quare illos transibo, quod etiam diutina experientia unica videtur magistra, quae ubi sint componendi, et quomodo dirigendi, rectissime praescribi posset.

d. Quae hactenus descripsimus munimenta contra fluviorum vim et efficaciam, ea quamvis ad aggerum munitionem pertineant, eo tamen fiunt consilio, ne aggeris corpus, seu potius ipse agger, aquis suffodiatur, sed ut maneat ab inferiore parte incolumis; ubi vero aquae superiores magna copia adfluant, ripasque seu aggerum pedes excedant, ipse agger ab aquis afficitur, qui, etsi ad aquas retinendas sit confectus, idoneamque ideo acceperit firmitatem et stabilitatem, ita tamen potest vexari, ut paullatim erodatur, et, ni ars succurrat, tandem destruatur. Lenissima declivitas exterior, idoneusque vertex, maximam, ut supra monuimus, praebent resistentiam, dummodo ex loci natura et spatio talis forma concedatur; at ubi tali figura non gaudent, aut ubi fluminis vi videntur infirmiores, artis ope sunt corroborandi. Effossa igitur exteriore declivitate ad altitudinem 0,5 metrorum aut ultra, si postulatur, contegitur ipsa solido arundinis vivae strato, quod tegitur altero strato lentium virgultorum, firmis viminibus et sepimentis compactorum; est omne stratum aggeri recte adfixum, deinde aggeris materia rursus contectum, hujusque unici tegumenti resistentia maximas aquarum vires saepenumero esse repressas, abunde constat; arundinis autem elasticitati et virgultorum lentitudini tribui videtur; hac enim proprietate maximas per se tenent pressiones, magnasque ferunt percussiones, nec tamen corpori, quo nituntur, eaedem vires nocent. Monendum autem est, hocce tegumentum non adhiberi, nisi quo omnino postulatur et ubi magnum imminet periculum; foret enim inconsideratum, illud multo ante comparare, quod arundo, super aggeris materiam imposita, cito consumitur, ideoque suum officium haud diu praestat; qua de causa et eadem tegumenta, si eodem loco continuo postulantur, quotannis renovanda sunt.

e. Aquae superiores eadem copia quotannis non adfluunt, sed est ipsa semper

per incerta, tantaque et interdum fuit, tantaque esse potest, ut aggerum vertices excedat, praesertim quando flumen inferius glacie quodammodo est obstructum; hinc etiam aggerum altitudo difficillime praedefinitur. Ne autem si eveniat, quod diximus, agri inundentur, aggeresque aquae attritu demoliantur, solent ipsi ab agrorum parte (*Fig.* 9.) minori aggere *Aabc*, dimidium metrum alto, uniusque metri et dimidii spatium *Ac* in vertice occupante, augeri; quem in finem aggeris vertex AB tanto quidem latior esse debet, ut reliquum spatium *cB*, si opus est, viae officio fungi possit.

Hoc autem minori aggere aquae superiores, etsi super vertices AB effusae, saepius retinentur, quod minime est mirandum, quando aquae, summa qua possunt violentia, non impellantur; cum enim earum maxima vis tam declivitatis quam verticis obstaculo minuatur, haud magnus erit impetus in aggerem minorem *Aabc*, sed is quasi retinet aquam stagnantem, quam omnino retinere potest, dum habeat mensuram praescriptam.

f. Maximas posse inferri calamitates actione glaciei in fluviis dispersae, in primo capite jam monuimus, cum de impulsu corporum solidorum in aggeres diximus; nunc igitur exponere debemus, non quomodo, sed in quantum, haec vis ab aggeribus possit repelli.

Ipso flumine, quo tendit, moles aut fragmenta glaciei trahantur, cumque flumen, si glacie sit obductum, simul etiam ad maximam altitudinis notam saepissime sit auctum, ideoque aggerum declivitates tangat, ipsa glacies suam etiam exserit vim in ipsos aggeres, eaque vis est maxima, quando perpendiculariter agit, id est, quando aggeris directio, ut fit nonnumquam, fluminis directioni perpendicularis est.

Aggeres autem an quampluriam fragmentorum, ad magnam molem congestorum, percussionem ferant, dubium est, ni corpore sint quam maximi; hinc non erit inutile iis locis, quibus glacie possint affici, majoris ipsos corporis, sive, ut dicunt, graviores construere, sed maximum corpus ad maximae molis maximam vim sustinendam ex rei natura non datur: accedit quod talis moles habet magnam inferiorem partem aqua submersam; (quoniam aquae gravitas specifica est ad glaciei gravitatem specificam $= 1 : 0{,}853$,) hinc potest hac parte infima ripa seu aggeris pes offendi paullatimque erui, deinde aggeris declivitas impelli, haec quoque destrui, et aggeri, quamvis maximo, calamitas inferri.

Quamvis autem fiat ut aggeres, talibus molibus oppositi, haud valde noceantur interdum, attamen praedici non potest, ipsos satis superque resisturos, sed ne easdem moles non sint laturi potius erit extimescendum. Cum itaque ag-

aggeres per se, quod ad corpus, non valeant, quaeritur an glacies aut retineri aut frangi possit quibusdam obstaculis aut machinationibus, ante aggeres in flumen injectis; at si glacies retineatur ante aggeres, quod ab hac parte minuitur aut evitatur periculum, ab altera iterum parte augetur; glacie enim retenta impeditur aquae cursus, hujusque augetur vis. Fracta autem mole, perque omnem flumen dispersa, nec aggeribus erit periculum, nec fluvio valens obstaculum, sed idem ut efficiatur est difficillimum ni omnino non faciendum; quae enim offeruntur machinationes quibus glacies frangeretur, ipsae potius franguntur aut dejiciuntur, quin etiam arborum ordines, ante aggeres in terra aggerali sati, maximae non semper fuere utilitatis ad molis impetum minuendum.

Superest hoc unum, quod aggerum declivitates tantae fiant itaque instruantur, ut moles non percutiat aggerem, sed ipsum transgrediatur; idque omnino quidem efficiendum, si, tectis declivitatibus, (quas pro circumstantiis supponimus maximas,) virgultorum strato, quo majus onus ferre possent, hoc ipso deinde terra obtecto, magni ordinentur lapides, inde a pede aut a ripa, usque ad verticem, in formam convexam rectissime conjuncti; tales autem declivitates moles necessario est transitura, quod, ob lapidum soliditatem eorumque regularem compagem, nullae usquam offeruntur asperitates, quibus retineretur. Res autem quod, quantum scio, nondum est explorata, latet etiam, quantâ calamitate talis moles in agros dejiceretur, aut in aggerum vertices premeretur; certum attamen est, magna aggeris exteriore declivitate, maxime adaequata, glaciei vim omnino imminui, ideoque tales declivitates, ceteroquin utilissimas, hic etiam maxime praeferendas.

Prodest et multum declivitatis tegumentum, quod supra L.^r *d* descripsimus, ubi aggeres glaciei impulsae partibus acutis noceri possent aut scindi; ei munimento quum accedit idonea declivitas, optima certo habetur munitio, qua glaciei fragmenta repellantur, quae magno non esse possunt detrimento, si forte, ob declivitatis lenitatem, trans aggerem trajicerentur.

§. III.

De munitione aggerum, quibus undae coercentur.

Pervenimus tandem ad illos aggeres, quibus undarum vis refrenatur, quique ideo omnium maximi esse debent, sicut ipsos, in secundo capite, maximos invenimus. Nec tamen omnino valentes habendi sunt, ut situ sint opportunissi-

simi, et forma maxime idonei, et materia solidissimi. Undis enim super aggerum declivitates provolutis, etsi frangatur earum maximus impetus magna exteriore declivitate, turbido attamen motu franguntur, protruduntur, et majori etiam turbine inde a vertice per declivitatem in aquam dejiciuntur; hunc motum qui semel viderit, is non miratur, materiam terream aut arenam, ex qua compositus est agger, facillime ablui et deduci, ubi autem abducta est, ibi maximum adesse periculum, ne ultra erodatur, inque totius aggeris perniciem demoliatur. Ista destructio imprimis efficitur undarum, ad verticem usque provolutarum, recessu, ipsumque adhuc non consideravimus.

Ut enim quanto corpore, et quali forma aggeri opus esset, proxime innotesceret, undarum impetum studuimus, quatenus aggeres ab illis percutiantur, ideoque, ut optime visum est, et quantum in nobis fuit, quanta vi in aggerem jactentur deinde frangantur aestimavimus. Hanc vim ex undarum massa et velocitate fecimus, sicut percussionis corporum solidorum valor habetur; nec ideo, quod hujus impetus mensura ita rectissime computatur; verum, quod tota percussio aut pressio, aut quidquid undae efficiant, tali valori quam proxime accedere videtur. Hac conditione posita, quoniam tam vertex quam interior declivitas ante jam definita fuerant, magnas invenimus declivitates exteriores, quibus undarum vis sustineretur; quod fieret omnino, si ipsa exterior declivitas semper foret aequa nullisque asperitatibus, aut rimis aut cavis iniqua, et undae perpendiculariter in aggerem percuterentur, nec ulla alia vi deducerentur; haec autem in rerum natura ita non sunt. Nam undis accessis et super declivitatem adductis, haec interdum eroditur, quando terrarum inaequalitate illae quodammodo impediuntur; undae porro, motu oscillatorio continuo agitatae, tum sublatae tum repressae, si ab aggere deprimuntur, celerius ad pedem ducuntur, quam ad verticem sunt adactae, propterea quod ipsarum tunc gravitate insuper cogantur, qua primum prohibebantur; majorem ergo exserunt vim in aggerem, quo etiam in motu, si undis posterioribus sublatis retineantur, accidit ut aquae ibi retorqueantur, maximeque turbentur: cum itaque ab undis repressis nova exseratur vis in aggerem, valida itidem, facile intelligitur, si aggeris declivitas priori vi jam laesa sit, eandem eodem loco hac altera vi magis etiam laedi, sique sit eruta, dum undae ad verticem ducebantur, ultra etiam erodi, et ipsas partes avulsas abjici, dum undae versus pedem retrahuntur.

Hunc effectum ex illa aestimatione, quam de undarum impetu fecimus, excludimus, tam quoniam ea post dictum impetum exseritur, quam quod aggeris corpore seu massâ, (in quam tum praesertim inquisivimus,) hicce effectus

tus vix minuitur; massa enim ad aquam retinendam inservit, cumque constet ex materia fortissime haud cohaerenti, erodi potest et erui etiamsi sit maxima. Imminuitur attamen ipsa vis, de qua loquimur, aggeris forma, sed forma particulari non opus est, quod magna exteriore declivitate magna praebeatur resistentia. Aggerum itaque et corpore et forma firmissimorum, quando exteriores declivitates ab undarum vi laeduntur, hoc ipsum materiae debilitati est tribuendum, utque idem impediatur, ipsos a parte exteriore munire debemus; quod igitur quomodo pro variis circumstantiis instituatur nunc postremo erit dicendum. Re quidem vera multum valet illud caespitum tegumentum, de quo in priori capite monuimus, sed eadem munitio, si fieri possit, debilior interdum est reperta; qua de causa sponte ad firmius munimentum erit recurrendum. Munimenta autem et postulantur, cum aquarum impetus ad pedem destruendum vel maxime agit, aut, si hic ipse deficiat, arte restituendus est; monendum erit denique, qua ratione aggeres corroborentur, quorum deest spatium satis latum. Exponemus ea, quae maxime adhibentur, quaeque tam optima, quam minimae impensae subjecta longo usu sunt reperta. Adhibentur enim in diversis patriae provinciis, undarum violentiae obnoxiis, diversissima munitionis genera, quorum descriptionem hic persequi nequimus (17).

a. Adsunt lacus minores, aut, si reperiantur majores, parvae tamen altitudinis, quorum aquae ad haud ita magnas concitantur undas, dimidii metri altitudinem vix superantes, quae igitur in aggeres adjacentes tantum non faciunt impetum, quin facili arte refringi possint. Valet enim similis ruderatio, quam supra (*Fig.* 27.) descripsimus, nec quidquam est adjungendum, nisi quod lapides superiores, solido ordine juxta se invicem ponantur, et tantam declivitatis partem tegant, quanta ab undis afficitur; efficiendum enim est, ut undis offeratur latus solidum et durum, idque adsit, ubicunque undae tangant aggerem; necesse est. Deficiente aggeris pede haec ratio omnino postulatur; sed etiamsi adsit pes idoneus, hic tamen ruderibus ante ripam injectis muniendus est.

b. Sed ea propius intueamur munimenta, quibus major undarum saevitia reprimenda est, qualis in lacubus latissimis et in mari aestuante exseritur. Primum igitur exponamus munitionem aggerum, quibus est pes aut littus idoneum,

(17) Conf. egregia commentatio Viri Ill. A. F. GOUDRIAAN, in Tomo XII actorum veterum societatis batavae Phil. experim., quae est Roterodami, inserta, et inscripta *Verhandeling over den aanleg van Paal en Ryswerken, het meest tegen den aanslag der Golven bestand*, caet. Quodsi quis diversorum munitionis generum descriptionem desideret, is legat varias commentationes, quibus acta societatis Harlemensis, Vlissingensis caet., pro magna parte sunt composita. Inveniuntur etiam quamplura in operibus WOLTMANNI et WIEBEKINGII notissimis.

neum, aut quorum exteriores declivitates una cum littore declivi coincidunt; nisi enim maris recessu diminuatur tale littus, pedis officio omnino fungitur, immo pede erit melius, quod hic etiam, caeteris paribus, firmo interdum indiget munimento.

Aggeris declivitas gravium saxorum vestitu efficitur solida et dura hunc in in modum: pes CD (*Fig.* 32.) aut littus declive CE effoditur ad latitudinem CS, 0,6 metri, aut ultra, eo loco, quo declivitas LC desinit; sternitur virgultorum aut sarmentorum stratum BA; partes flexibiles ab aqua avertuntur et sub aggere ponuntur; partes vero rigidiores versus aquam spectant, et aggeris puncto infimo C ulterius perducuntur; est hoc stratum 0,3, aut 0,5 metrum crassum, sed ab extrema parte C eadem crassities major sit oportet, v. c. 0,4 aut 0,6 metri; sunt porro virgulta ad horizontem proclinata, ita ut summae extremitates CT et aggeris declivitas LLC constituant angulum LCT, dimidio recto, si potest, majorem; compingitur idem stratum idoneis sepimentis S, S, S, 0,5, aut 0,7 metrum distantibus, terra porro, aut arena superfunditur, qua virgultorum interstitia impleantur, ipsaque contegantur: postremo infiguntur per omnem aggeris muniendi regionem, prope pedem, pali PP, paullo fastigati, 0,15, aut 0,2 metrum crassi, longitudine tanti, ut, postquam per virgulta in solum sunt adacti, pars superior paullo tantum ex pede exstet; inferior autem satis altum sit injecta; quod omnino a soli conditione pendet: distant ad minimum 0,2 metrum; melior tamen erit et multo firmior ordo palorum fere contiguorum, qui si non conceditur, satius erit, omnes palos ad intervallum 0,5 metrorum adigere, deinde trabibus seu nexibus tranversis *t*, ab interiore parte connectere.

Hisce peractis, declivitas ruderum seu lapidum difformium strato, R, 0,3, aut 0,4 metrum crasso, tegitur, sed ab infima declivitatis parte T idem largius sternitur et super virgultis ponitur, (quem in finem omnis declivitas munienda est effossa, et nonnumquam, si deterior est materia, virgultorum strato confirmata;) quo facto, saxa, de quibus diximus, justo et firmo ordine superstruuntur, ita ut infima L, palis P, aut trabibus *t* innitantur, omnisque compages L praebeat superficiem LLL convexam, nec valde iniquam: obtegitur pars inferior C soli materiâ, ne virgulta nec pali nec lapides inferiores ex solo exstent.

Saxa, quae usu veniunt, sunt naturalia. Exciduntur enim ex lapicidinis quae sunt *Namurci*, aut *Tornaci* aut *Vilvordae*; interdum adhibentur saxa silicia ex *Norvegia* ducta; quae autem Vilvordae exciduntur potissimum adhibentur ad aggerum declivitates tegendas; color est coeruleus aut caesius; forma irregularis, tum rotunda, tum plana, tum angulosa; gravitas specifica 2,5 usque

que ad 2,8; pondus unius lapidis reperitur inde a 50 usque ad 250 aut 300 librarum belgicarum, cumque diameter verticalis LU sit inde a 0,2 usque ad 0,5 metrum, facile concipitur, ipsorum superficies, aquae oblatas, haud esse parvas.

Aggeris munitionem prope pedem esse debere firmissimam, quisque sentit; ibi enim maxima undarum exseritur vis, quod ipsae paullatim franguntur, quando super declivitatem ducuntur, nec tantum imminuuntur, si super pedem percutiuntur, itidemque violentia augentur, et prope pedem habent vim maximam, cum ab aggere recedunt; sed eo etiam ibidem postulatur firmum munimentum, quod lapidibus, super planum inclinatum compositis, ideoque quodammodo versus pedem adpressis, firmo opus est fundamento et adminiculo. Huic negotio rectissime inserviunt virgulta supposita, palique injecti P, tantum ex lapidibus exstantes, ut infimis saxis L sint adminiculo; sic etiam undarum vis ad pedem omnino sustinetur, sique et virgulta et pali et lapides inferiores solo sint obruta, omnes simul etiam absunt causae, quibus aqua aestuans detorqueretur et solum erueretur.

Nituntur saxa ruderum strato R, hisce de causis: primum enim praebent firmum fundamentum, cumque minoris sint voluminis, facilius cum declivitatis materia conjunguntur, quam saxa, quibus est magnum volumen, et basis irregularis; sed etiam cum horum latera tam aequa non sint ut perfecte conveniant, parva illa interstitia bases inter et latera, rectius quidem non implentur ruderibus quam terra aut arena, at praebent rudera aspera firmius ubique adminiculum quam mollis illa substantia; tum vero, quod maximum est, illud praestant, ut, saxis maximo quodam aquarum furore forte sublatis, supersit aggeri et solidum et durum vestimentum, quo prohibeatur quominus ultra destruatur. Quodsi rudera abessent, efficeretur etiam ut terra aut aggeris materia, qua saxa nituntur, facillime erueretur, simul atque aqua, super acclivitatem adducta, perque saxorum interstitia demissa, magna vi retraheretur. Apparet tandem, aggeris partem infimam CT largiori ruderatione RT magis esse confirmatam, propterea ut saxis ita praeberetur fundamentum aut aeque firmum aut firmius, quam in aliis declivitatis locis, qui magis a solo distant et majori terrae copia nituntur.

Efficiunt saxa superficiem convexam, ut compressionis habeatur ratio, utque sibi invicem praebeant adminiculum, et firmius, si possit, compingantur (18).

Quae-

(18) Quandoquidem declivitates sint vulgo lenissimae, lapides maxime retinentur attritu ruderum, ideoque vix premuntur contra se invicem: quodsi rudera fuissent adaequata, nullasque praebuissent asperitates, esset valor ar-

Quaeritur denique quales aggeres, quantaque declivitatis pars, tali munimento sunt instruenda? At iis aggeribus, qui tantum habent pedem, quantum iis convenit, vix ullo opus est lapidum tegumento, si et ex optima materia sunt confecti, et graminibus densis simul contecti; nam ob magnum illum pedem, undarum vis pro maxima parte jam est imminuta, cum ipsae ad aggerem pervenerunt. Postulatur vero munimentum, simulatque aggeres e debiliori constant materia, aut minori pede sunt instructi, aut quando declivitates cum littore quasi confluunt, ideoque ex aqua exsurgere videntur; hisce enim casibus nimis a fluxu quotidiano afficiuntur; convenit etiam eorum aggerum, qui lacus magnos cingunt, declivitates ita munire, cum ipsae aqua semper sunt submersae.

Tantum autem saxis occupetur declivitatis spatium LLC, ut undarum vis maxime frangatur, neve noceat cum undae ultra compagem L ducuntur, et super declivitatem terream LM moventur; quam ob rem sufficiet eo perducere saxa, quo extrema L distent a solo altitudinem LN, ad quam maximae undae eo loco sustolluntur, ratione habita altitudinis fluxus, si hicce obtinet. Magis attamen hîc valet experientia quam regula generalis, quod, ob undarum magnum impetum, usu posset venire, omnem aggeris declivitatem communire, aliis vero locis partem declivitatis saxis, reliquum ruderibus confirmare sufficeret (19). Moneamus denique oportet, saxorum saepissime unum ordi-

attritus saxi, cujus pondus p, fere $= \frac{1}{3}p$; ergo si exterioris declivitatis mensura NP $= 3$, ipsi lapides, maxima vi, quae conceditur, ad se invicem premerentur. Ne tamen quis credat, tantam declivitatem omnium optime convenire aggeribus, qui lapidibus sive saxis muniendi sunt; licet enim lapidum compages tunc sit firmissima, attamen non multo est firmior, quam si majori declivitate fuisset strata. Convenit haecce declivitas aggeribus, qui ex optima materia sunt compositi, nec magnis undis quatiuntur; sed ubi aquarum furor majori declivitate est reprimendus, utilissimum etiam erit lapidum compagem eadem declivitate conformare (nisi aliis negotiis, veluti soli angustiis, impediatur.) Magna enim declivitate magna frangitur undarum vis, saxaque eo quidem consilio adhibentur, ut maneat declivitas dura; ergo cum majori declivitate conjunguntur, eo quoque majori gravitate relativa ruderibus nituntur, majorique opus est vi ad ipsa sustollenda, quam si minori declivitate fuissent composita, licet magis ad se invicem adpressa. Ubi igitur magna aggeris declivitas conceditur, nulla adest causa sufficiens, quare saxa minori declivitate superstruerentur. Adjicio illud, quod magna saxa, forma irregulari, super declivitatem posita, vix sint contigua, et ampla interdum relinquant spatia, nec se invicem tangant; haud igitur contra se invicem premuntur.

Plura de lapidum conjungendi ratione, qua undis maxime resisteretur, inveniuntur apud WOLTMANNUM op. laud. II B. z. 151 sqq.; cum vero ejus theoria falsa nitatur hypothesi de undarum velocitate, (quod tamen ipse admonet,) cumque, si justa esset, nullius tamen foret utilitatis, eam ob rem inutile censeo, haec ipsa fusius exponere. Est enim lapidum compages parum convexa, idoneaque declivitate instructa, firma, immo firmissima; attamen, si undarum vis ipsos dejicere posse videretur, aut si, ex locorum angustiis, idonea deficeret declivitas, posset lapidum compages reddi perfectissima et maxime resistens, quando, sumtis saxis Vilvordensibus, quorum latera sunt angulosa, at plana, iisque, quantum fieri potest, arctissime constructis, horum interstitia calce et tofo aut arena, inter se mixtis, impleantur; sic enim omnia ad integrum corpus coagmentantur.

(19) Firmissima profecto foret haecce munitio, cum lapides arctius possent conjungi, quam vulgo conceditur; talis enim est saxorum forma, ut pluribus interdum et magnis intervallis separata sint, nisi valeat, quod modo de ip-

dinem ante palos P in solum componi, quo hisce detur maxima resistentia; quando soli materia superposita fuisset abducta, aut, ob ejusdem levitatem et mobilitatem, non adhibita.

c. Quod gravibus saxis ita efficitur munimentum, hôc nullum firmius potest excogitari, quaecunque sit aggeris muniendi conditio; quin etiam ripa praerupta, et undis continuis eruta, lapidum aggere, ante composito, firmissime ab aquarum violentia defenderetur. Saxa autem seu graves illi lapides sine discrimine injiciuntur, ad tantam a ripa distantiam, ut, peracto acervo, oriatur declivitas ter aut quater superans altitudinem. Supponuntur interdum crates junctae, sarmentis intertextae, quas supra descripsimus; idque imprimis postulatur et commendandum est, quando soli conditio est levior, quam ut magnum lapidum onus stabilissime sustineretur: (submerguntur hae crates, non ope argillae aut arenae, quas in fluminibus adhiberi supra monuimus, sed ope ruderum, sufficiente copia superjectorum,) saxa quae ripam tangunt rectissime in ripa insinuuntur, ne aquis ibi intrandi detur locus; difficillime quidem lapides ita injiciuntur in aquam, ut perfecte juxta se invicem sint positi, aut superstructi, et ad aequam declivitatem coacervati, sed docet experientia, ipsos, aquarum actione et propria gravitate tam fortiter tandem compingi, talemque aquis praebere declivitatem, ut arte vix melius possent componi ad undarum impetum majori resistentia refrenandum.

d. Hujus munimenti firmitudo admodum potest augeri, cum ripa aut agger ab undis vehementius afficiatur, ideoque periculum sit, ne illa aquarum actione diminuatur; leve enim solum facile dat suam materiam minus cohaeren-

ipsorum coagmentandi ratione ope calcis diximus. Hoc igitur hujus munimenti est vitium, quo effici potest, ut lapides undarum vi de loco detrahantur. Hac de causa Vir perit. J. E. WILDEMAN lapidum structuram excogitavit et proposuit, quae multis minoribus sumtibus comparatur nonmodo, quam saxorum constructio, verum, cum per aliquot annos undarum vim in Lacu Flevo, sine ullo fere damno sustinuerit, minori etiam impensa quotannis reficitur. Invenitur hujus structurae ampla expositio in Tomo VI actorum societatis regiae belgicae, pag. 272; quare quo redit, breviter monuisse sat sit.

Fit pedis communitio eodem modo, quo id fieri solitum esse descripsimus; sed loco ruderum fundamenti adhibetur triplex laterum stratum A, (*Fig.* 33. N. 1 et 2.) in formam structurae compositum: quodcunque stratum arena obtegitur, qua interstitia impleantur, deinde contegitur sequenti strato, cujus tamen, uti figura monstrat, aliter est ordinatio: sunt hi lateres haud diversi ab iis, quibus hodie viae publicae conficiuntur. Superponuntur deinde magni lateres B, quorum superficies est quadratum, latus habens 0,47 metri; crassities est 0,209 metri, pondus 61 librarum belgicarum: hisce maximis lateribus ordinate quidem compositis, et calce et arena rectissime coagmentatis, terra denique absolvitur aggeris declivitas; quare cum lapidum totum stratum terra sit contectum, haec prius abducatur quam lateres ab undarum vi afficiantur necesse est; tunc autem solidissima et firmissima structura obstat, omnemque vim valide repellit.

Videbatur haec ratio memoratu dignissima, sed nobis quidem non licebat eam tanquam generalem muniendi rationem proferre et commendare; quoniam, quantum scimus, diversis locis nondum est adhibita, nec varia experientia comprobata, multaque insuper requiruntur, ut ubique aeque commode, et iisdem minoribus expensis obtineatur; quae omnia ab auctore l. l. fuse explicantur; quas ob causas hac in re ultra non persistemus.

rentem aquis, vehementer adfluxis, quae, dum refluunt, hanc secum ducunt et alio loco amittunt. Littora igitur reperiuntur, quae semper novam materiam accipiunt, cum fluxus et refluxus haud magna fiunt vi aut velocitate; haec tunc ab ipsa Natura perpetuo communiuntur; contra ea littora ablui possunt, quando aquarum motus major est, quam ut soli materia, etsi gravissima, remaneat; hinc magna tandem oriuntur damna, nisi fortissimis molibus aut munimentis prohibeantur. Horum itaque, si quae adhibeantur, talis est ratio, ut ripis aut littoribus aut aggeris pedi, immo alveo sint praesidio, quo ipsa non laedantur, sed eundem, quem habent habitum, teneant; prohibetur autem quominus alvei abluantur aut excaventur, frangendo ibidem maris vim; hac enim satis refrenata, aquae tanta velocitate aut turbine non moventur, quibus soli materia abduceretur, quin etiam tantum eadem vis nonnumquam minuatur, aut imminui possit, ut simul etiam, quas aliunde abduxerit materias solidas, et aquis quasi incluserit, ultra sustinere non valeat, sed ipsas in littus deponat; efficitur tunc molibus, ut littus accrescat aut exaggeretur, eumque in finem nonnumquam construuntur.

Sed prius quomodo conficiantur moles describamus, quam in ipsarum locum, ratione aquae commotae directionis, inquiramus, et idoneam mensuram designemus.

Pleraque littora sunt declivia, et aut ex aqua exstant, aut parum tantummodo submersa sunt, cum aqua ad infimam altitudinis notam refluxerit; illis ideo temporibus opus incipiat oportet, cum fundus perfacile attingitur; quodsi littora minus sint declivia, sed praerupta magis, et altiora, ubi munimentum erit construendum, postulatur omnino fundamentum cratium junctarum, ruderibus oneratarum; qua de causa eo ponuntur ubi major est aquae altitudo, et tanta copia superponuntur, ut summa cratium compages dimidium metrum ab aquae maxime remissae superficie distet. Tigna fortissima SS′, TT′, (*Fig.* 34.) ab imo praeacuta, prona ac fastigata, per omnem munimenti regionem, fortibus machinationibus in littus aut in alveum adiguntur, ad parvam quidem distantiam 0,4 aut 0,5 metrorum subsequuntur, et idoneum intervallum ST continent; longis porro fibulis sive nexibus *t t t t*, et trabibus transversis FF, continentur et distinentur: quo effecto, omnis fundus S′T′ virgultorum aut sarmentorum strato V contegitur, supposita interdum arundine viva, quo fiat moles solidior, et stratum ad magnum onus ferendum stabilius; perducitur autem ab utraque tignorum parte A, A, fitque tam crassum, ut aquae refluxae summam attingat, nec ultra; sepimentis denique fortibus B, B compingitur. Ruderibus injectis R, expletur intervallum FFT′S′ usque ad trabes trans-

transversas FF, eaque gravissimis saxis L, firmiter ordinatis, conteguntur; neve suffodiatur opus, aut, (cum latus praebeat fere rectum SS′ seu TT′,) magna fluctuum violentia dejiciatur, utrimque ruderum R′R et saxorum LL′ aggere declivi, ad littus usque lenissime perducto sive dejecto, munitur et corroboratur.

Sunt moles, ut de reliquis aggerum munitionibus monuimus, diversissimae in diversis patriae regionibus, tam figura, quam comparandi ratione. Ea, quam descripsimus, omnibus videtur locis apta, caeterasque ideo mittimus; attamen abesse non possumus, quin de alia specie mentionem faciamus, quae saepissime adhibetur, omniumque est optima, et, nisi majori sumtu conficeretur, semper tanquam generale munimentum commendaretur.

Delecto enim molis loco, illiusque fundamento, ubi opus est, cratium junctarum ope adaequato, sternitur sarmentorum stratum A, A, (*Fig.* 35.) sepimentis compactum, altero strato contectum, quod tamen minoris est latitudinis DE habetque summam partem convexam DFE; imponuntur deinde rudera ad crassitiem o,3 aut o,5 metrorum, prout majori opus est firmitate; ipsa sub forma convexa construuntur, et gravibus saxis deinde obruuntur, quae ut firmiter maneant conjuncta, ab utraque parte H, H, simili instruuntur adminiculo IK, quo aggeres, saxis contegendi et communiendi, ab infima declivitatis parte confirmari solent (Conf. *Fig.* 32, PPS.) Ubi talis moles littore nititur sicco, hoc primum utrimque effoditur, ad tantam altitudinem, ut summi pali KK, ejus superficie paullo sint depressiores; hinc, locis effossis rursus expletis, solo omnis molis maxime est conjuncta, ejusque declivitas convexa LK in fundum desinit. Sed cum idem effici nequeat, ubi aqua superstat, opponuntur utrimque saxa, ad punctum K exaggerata, eademque declivitate LK ad littus aut ad alveum usque perducta.

Nunc harum molium usum moneamus, indeque mensuram, qua gaudent, definiamus.

Ripae munimentum, supra descriptum, L′c, plerumque per se est firmissimum ad undas et aquas aestuantes retinendas, verum non satis interdum amplum ad vim et impetum, quibus offertur, refringenda. Solent igitur augeri mole ABCD, (*Fig.* 36.), ad ripam paralleliter directa, utrimque lapideo aggere firmata; aut duabus augentur pluribusve molibus contiguis ABCD, EFBA, ex tribus aut quatuor aut pluribus tignorum ordinibus DC, AB, EF compositis. Prior moles ABCD ad tantam extruitur altitudinem, ut pars superior AD, unum saltem metrum, aut plus, ex summa aqua adfluxa exstet; altera minus fit alta; tertia, si adsit, magis etiam est depressa, ita ut, molibus compo-

positis, et saxis EFG ante injectis, totum opus idoneam habeat declivitatem AEG, (cujus mensura *Cot.φ.* v. c. sit 3 aut 4.) Distant tignorum ordines duo, tria aut quatuor metra, prout major postulatur latitudo. Pone tigna, ut diximus, magni lapides, seu saxa, H, praebent adminiculum, deque horum compage nil est monendum, nisi ut lenissimè cum littore PH coeat; possunt ad summam usque molem D exaggerari, idque quidem est optimum, sed satis etiam praebent adminiculi cum ad minorem altitudinem sunt composita.

Hac vastâ mole fluctus franguntur, aestûsque impetus reprimuntur, ita ut, cum in littus PH pervenerint, haud magnam certe, si ullam vim exserant, at stagnare potius sint coacti; manent igitur non modo littoris materiae, quae alioquin abducerentur, verum etiam novae insuper addi possunt, si quae aquis contineantur, sique facillimus sit aquarum recessus, qui molis convexa superficie omnino conceditur.

Quamvis autem eo munimento optime reprimantur aquarum impetus obnoxii, quacunque in directione locum habeant, attamen cum per longum littoris tractum communitionis auxilium postulatur, hoc ipsum, quod descripsimus, non nisi magna impensa construitur; cumque alia quidem arte impediri possit quominus littora et alvei abluantur, eademque munitionis species, ut ut magis succincta quam praescripsimus, at, si minor sit aquarum vis, major tamen fiat et firmior, quam ut postuletur, eadem pro parvo tantum spatio usu venit, pro magno tractu mittitur.

Positis enim quampluribus molibus *ab*, *cd* (*Fig.* 37.), idonea directione inde ab aggere aut ripa in aquam productis, satisque distantibus, efficitur ut magna fluctuum vis repellatur in altum, nec valide commoveatur aqua, qua spatium *abcd* est impletum; idque quando fiat, sequitur, littus aut alveum non modo ibidem non diminui sed augeri potius; aquam autem tales intra moles vehementer non commoveri, et ex rei ipsius natura et longa experientia probatur; quaeritur itaque, quaenam sit molium directio oportet, quanta porro mensura, et quanta distantia inter ipsas, qualis tandem habitus?

Quod itaque ad directionem, haec perquam difficile praescribitur. Cum enim molium officium tale hic sit oportet, ut fluxus avertantur, iique in mari (non enim loquimur de magnis lacubus, qui undis quamvis, at nullo fluxu commoventur,) sint diversissimi, quod ad directionem, ventis ut plurimum mutatam, fluxibusque particularibus, tam alvei forma, quam littoris situ relativo natis, impeditam, quisque facile consentiet, talem prorsus abesse theoriam seu regulam, qua hac in re sine errore uteremur. Est sane diutina locorum, quos munire velimus, itidemque aquarum, quas repellere conemur, observatio, omnium

nium optima magistra, quae si illa scientia, quam ex locorum, jam jam munitorum, ratione colligere possumus, adjuvetur, rectissime quidem docebit, quo loco et qua ratione dictae moles sint conficiendae. Est tamen, quampluribus in re peritis consentientibus, hoc plerumque optimum, ut sit molis directio maximi fluxus directioni fere perpendicularis: quum itaque *αβ* est vehementissimi fluxus via, moles *ab* ita dirigatur oportet, ut angulus *aix* sit recto paullo minor; parum igitur aquae versus *l* repelluntur, quod maxime fieret, cum angulus *aib* esset magis obliquus; sed perhibent periti, id minus prodesse, siquidem aquae, in directione valde obliqua *im* rejectae, sequentibus fluctibus nimis perturbentur ante ipsam molem, ideoque, nisi alia moles *cd* sit quam proxima, aquas *abdc* vehementi turbine agitari, magnas autem et proximas moles minorem vix exigere impensam, quam qua omne littus, modo supra descripto (*Fig.* 36.), muniretur. Ut autem moles perpendiculariter offeratur fluxui *γδ*, cum hic maxime versus littus dirigatur, ea ad certam longitudinem directione minus obliqua *fg* perducitur, ibique secundum lineam *gh*, directioni *γδ* fere perpendicularem, deflectitur; nimis enim aquarum vis ad littus accederet aut ad aggerem, cum moles dirigeretur secundum *fn*, essetque multo pluribus opus molibus ad aggerem muniendum.

Molium longitudo variis in locis varia est; nam ubi major est aquarum saevitia, eadem ad majorem a littore distantiam refrenanda est, ut, paullatim imminuta, nulla sit prope littus. Est igitur pro variis circumstantiis haecce longitudo definienda, praesertim si eo simul etiam consilio moles adhibeantur, ut littorum alluviones consequantur; sed nascitur plerumque ex longis molibus hoc incommodum, ut aquae *abdc* admodum turbentur cum moles minus distant; quantum vero ad summum distare possint, certo non definitur, sed diligenter observando quousque aquae, mole rejectae aut impeditae, aut vi imminutae, non noceant nec turbines efficiant, postquam hanc superarint, alterius molis justus locus innotescet; nec ideo est illa regula generalis, qua, ducta linea *be*, fluxui *αβ* parallela, sequens moles dirigatur secundum lineam *op*, quae secat punctum *e* littoris aut aggeris, in quod desinit linea *be*; id convenire videretur, cum fluxus libere praeterfluxissent, sed mole *ab* impediuntur, nec certo determinatur, qua via tunc procedant, aut quomodo aliis fluxibus deflectantur; quare illud praeceptum tanquam generalis norma usu venire vix potest. Superant quidem longae moles terminum *e*, quod ad distantiam relativam, sed et intra eundem componi deberent, si locorum ratio postularet; minores attamen moles multo majori spatio separari possunt, propterea

quod eo construantur, ubi minus saevit aquae furor, qui ideo facilius refrenatur, et, quominus longissime propagetur, impeditur (20).

Optima molium forma ea est, quam *Fig*. 36. descripsimus; firmo enim utitur fundamento, firmissima itidem structura et superficie, cum saxa L, L solidissime sint constructa; accedit convexa forma KLLH, eadem declivis, maximeque igitur idonea ad undas frangendas, fluxuumque rapidum motum refrenandum; sed magna opus est basi KK, quae in eadem ratione atque altitudo augetur; hinc magna erit impensa, ob magnam virgultorum et lapidum copiam; qua de causa usu non veniunt, nisi quo summa firmitudo postulatur, aut ubi una mole, aut pluribus molibus longe distantibus, aquarum vis posset impediri. Illa autem molium forma, quae *Fig*. 34. exhibetur, usitatissima videtur, et reliquarum, ex contignationibus et lapidibus confectarum, optima, etsi ipsae tanta firmitudine non sint praeditae, quae in prioribus, *Fig*. 35, cernitur, quod tigna lapidum firmae compagi maxime obstant, et maris vi facilius dejiciuntur, nisi validis saxorum aggeribus utrimque contineantur; cum vero satis praebere possint resistentiae, et multo minori sumtu construantur, eo inprimis inserviunt, quo longissime in mare sunt perducendae, et loca occupare debent altissima.

Moles recte cum ripa aut cum aggere conjunguntur, fiuntque ibidem maris maxima altitudine tanto altiores, quanto majores undae eo loco efficiuntur; ab infima autem parte *b* (*Fig*. 37.) aqua cooperiantur, simulatque haec ad maximam altitudinis notam accreverit; sunt igitur inde a puncto *a* usque ad *b* leni declivitate instructae, qua et ipsarum effectus ratione aquarum impetûs, et earundem absoluta firmitudo augetur.

Maxima, qua gaudent latitudine a parte superiori ST, (*Fig*. 34.) est quatuor metrorum; est ea latitudo aquarum impetui quodammodo proportionalis, nec tamen ubi hicce multo foret minor, illa eadem ratione erit diminuenda, quod latitudo minima, quae praescribitur, sesquialtero metro non est minor; hunc vero ultra terminum si latitudo augetur in ratione altitudinis undarum, certo non erratur. Monendum denique est, molis partem extremam *d* (*Fig*. 37.), praeterquam quod lapidibus gravibus circumjiciatur, forma interdum indui rotunda, ita ut diameter transversa *qr* parum sit major molis latitudine; sic enim latus, aquis oppositum, erit continuum, eoque validius igitur resistit et aquas depellit, quam cum rectangulari forma *b* gaudet, nec datur locus vorticibus, al-

(20) Conferantur, quae de molibus annotata sunt a Cel. BRUNINGS, in opere citato *Beyträge* caet. III B. z. XLIII sqq.

alveo maxime obnoxiis, quique aquarum, ad angulos *eqr* retortarum, motu rotatorio oriuntur.

e. Ex hisce omnibus intelligitur, quali opus sit munimento iis aggeribus, qui, ob parvum spatium, ad justam formam extrui nequeunt; namque si absit pes exterior, aggeri designatus, potest ipse agger suis quidem idoneis declivitatum et verticis mensuris instrui, ejusque pars extrema P (*Fig.* 32.) saxorum injectorum declivitate communiri; tum vero pali P sint contigui, aut, si distent, verticali contabulatione consolidentur, ne terrae, pone coacervatae, subsidant, neve aqua penetret. Est itidem pro magno aquarum furore illud commendabile munimentum, quod supra (*Fig.* 36.) descripsimus, eoque ipso efficitur pes, dum rectissime cum aggere conjungatur; magna quidem altitudo ante aggerem, talem postulare videtur munitionem, quae tamen, cum longissime erit construenda, molium propugnaculis evitari posset, dummodo alveus ante aggerem, lapideo aggere declivi nihilo secius confirmetur.

Non est praetereunda illa ratio, qua, spatio deficiente, aggeris magna declivitas exterior ita comparetur, ut maxime imminuatur, satis tamen resistat. Cum enim aggeris declivitas, lapidibus contecta, firmiter resistat, quando saxa, bene compacta, habent declivitatem, cujus mensura ter aut quater superat altitudinem, possunt saxa aut lapides graves tali declivitate DE (*Fig.* 38.) construi, ita ut HE = 3 DH, reliqua autem aggeris declivitas CD designata mensura confici. Parcitur itaque spatio EF, idque pedis officio fungi potest; aut, cum datur tantummodo spatium GE, efficitur ut hoc ipso superstruatur agger satis firmus, qui tamen, cum recta et continua declivitate CDF instrueretur, majori spatio GF indigeret.

Qui aggeres lacum Flevum ab Hollandiae septemtrionalis agris arcent, particularibus munitionibus ita sunt constructi, ut parvum spatium occupent, minorique etiam spatio opus est aggeribus, qui algae ope ab exteriori parte comparantur; haec enim materia, magna copia acervata et recte compacta, facit aggerem muro solidiorem, haud ullis paene aquae viribus destruendum: sed haec attingere non possumus, quod variae regioni et locis sunt propria, nec ad ea pertinent, quae in universum praescribi possunt; cumque de aggerum munitione generali satis jam dictum putemus, hujus scriptionis nunc facimus finem.

EMENDANDA.

Pag.	reg.	loco	lege
8	43	ffdem	fidem
10	39	$\frac{\ }{4} . \Delta s . \frac{y^2}{4g}$,	$\frac{5}{4} . \Delta s \frac{y^2}{4g}$,
13	39	conjugi	conjungi
14	29	tantas	tantos
15	15 et 28	exercitur	exseritur
15	37	$\frac{\ }{2} . My'$	$\frac{1}{2} My'$
17	9	uti	usi
23	13	eadem	eodem
eâd.	31	rectioni	rectione
24	6	formissime	firmissime
25	18	incognitus	incognitum
30	11	decet	docet
31	13	lius	lis
32	15	distentia	distantia
34	9	stat	stet
43	33	restitunt	resistunt
44	13	agetur	augetur
46	3	peduum	pedum
47	26	verem	ver
eâd.	28	ostia	ad ostia
48	16	amplitudine	latitudine
			NB. saepius simile vitium occurrit, quod, eodem modo, est corrigendum.
49	24	resentiae	resistentiae
51	8	tantas	tantos
eâd.	18	quo	qua
eâd.	28	excavit	excavat
52	8	Talius	Talis
54	8	inflecto	inflexo
55	23	recessa	cum haec recesserit
61	22	major	majus
69	7	deter	detur
70	4	eidemque	eodemque
72	14	ex	in
73	33	vertutis	virtutis
77	10 et 11	cum tamen	cum id tamen
eâd.	21	similem	simile
eâd.	26	quem	quam
87	10	notissiam	notissima
eâd.	11	ipsorum	ipsarum
eâd.	13	nullo	ullo
91	16	quae	quas
92	15	deflectam	deflexam
96	23	accessis	impellentibus

Alia si forte irrepserint vitia, excuset benevolus Lector.

In Tabulae Figura 9, littera minor *e* eo intelligatur insculpta, ubi linea *de* secat lineam NM.

THESES.

I.

Ea Hydraulices pars, quae agit de cursu fluminum et fluviorum, perquam difficilis est; nulli enim Theoriae satis accurate paret; certe iis, quae existunt omnium optimae, vix uti possumus, nec in fluviis, quos Natura, nec in canalibus, quos Ars fecit; hinc, ut quis fiat hujus rei peritus, observet naturam diligenter, diu, variisque locis et temporibus, nec fingat sibi theoriam, priusquam longa observatione et experientia naturae modum, quantum hac in re fieri potest, cognoverit et tentarit.

II.

Credunt nonnulli, aquas concitatas posse sedari, adfundendo oleum, aut aliud fluidum aquâ minus liquidum, eâdemque levius; id, etsi prorsus non absurdum, attamen ad undarum vim refrenandam non valeret, etiamsi institui posset.

III.

Erravit sagacissimus BERNOUILLIUS, cum numeris negativis veros tribuerit logarithmos: miramur autem, eum in errore mansisse, quum saepius de hac re cogitaverit, et ex illius aevi scientia, atque ex logarithmorum natura, hunc errorem facile corrigere potuerit.

IV.

T H E S E S.

I V.

Omnium principiorum, quibus Staticam superstruxerunt Mathematici, illud, quod dicitur *principium compositionis virium*, sive *parallelogrammum virium*, optimum judicamus hujus doctrinae fundamentum.

V.

Finis demonstrationis non modo est, ostendere rem veram esse, sed etiam eandem tam evidenter menti proponere, atque argumenta ex talibus fontibus haurire, ut de rei veritate vix dubium supersit.

V I.

Newtonis hypothesis de emissione luminis, hodie non praevalere videtur alteri hypothesi, qua lumen oritur ex fluido aethereo, quod undularum instar celerrime movetur.

V I I.

Major, quae sentitur, frigoris vis, in telluris zona temperata australi, quam in boreali, ex majori ibidem aquarum copia nasci videtur.

V I I I.

Quae vocantur Aerolitha, ea aeris atmosphaerici actione chemica produci, verosimillima est hypothesis.

I X.

Grandinem in nubibus electricis imprimis oriri et conglomerari, licet experimentis videatur comprobatum, tamen ut hujus meteori causa electricitatis actioni soli tribuatur, quampluribus insuper observationibus confirmandum est.

X.

Planetas omnes, eorumque satellites, eodem sensu in orbitis fere circularibus circumagi, itemque, pleraque aut forte omnia nostri Mundi systematis cor-

corpora, eadem directione volvi circa proprios axes, causae universali tribuendum est, nec fortunae casui. Ad hancce causam detegendam Vir Illustrissimus DE LA PLACE conjecit (Vid. *Expos. du syst. du monde. Liv.* V. *Chap.* VI.:) planetas ex eodem fluido esse ortos, ex solis atmosphaera scilicet, olim insigni calore extra hujus systematis fines longissime patenti, deinde causa quadam ad minores terminos pedetentim redacta, quaeque extra fines subsequentes continuo relinquerentur zonae ejusdem fluidi, ipsas, solis motu rotatorio gaudentes, attractione agente, tandem ad solida corpora esse concretas; satellites autem simili ratione ex planetarum atmosphaeris esse natos. Ex hac conjectura, etsi dicta causa quodammodo possit explicari, eadem attamen haud probabilis videtur, certe non ita, ut eam, dum vera causa nos latet, tanquam probabilem conjecturam habere liceat.

XI.

Sin autem hujus rei causa quaedam probabilis postuletur, eam esse positam in potentia Dei, ita planetarum motus regentis, ut perenne inter se constituerent aequilibrium, tutissime contenditur.

XII.

Licet ingeniosa sit illa Olbersii, de ortu planetarum *Vestae*, *Junonis*, *Palladis* et *Cereris*, quae vulgo *Asteroïdes* appellantur, conjectura, qua hosce quatuor planetas, ex uno planeta principali, vehementi interna actione diffracto, ortos esse suspicatur, eandem tamen minime esse admittendam contendimus.

XIII.

Quod de planetis speciose conjicitur, eos scilicet habitationi animantium, intelligentia praeditorum, inservire, idem de cometis opinari licet.

XIV.

Egregie SILBERSCHLAG (Théorie des fleuves. Introd.) » *Toutes les sciences* » *sont soeurs: la vérité est un point unique, auquel elles se rapportent.* » *Il en est, qui ont une telle connexité, qu'il est souvent difficile de dé-* » *terminer les bornes, qui les séparent. Leur union est semblable à*

» *cel-*

» *celle des couleurs de l'arc en ciel, dont les yeux les plus perçans ont*
» *peine à distinguer les lignes de séparation, malgré la différence sensi-*
» *ble, qu'il y a entre elles.*"

X V.

Artes disciplinaeque elegantiores, quae imaginatione maxime efficiuntur, in homine individuo existunt perfectae, aut ita existere possunt; quae vero magis a ratione pendent, hae non nisi paullatim perficiuntur; hinc minime mirandum, illas, primis temporibus, summum jam attingere potuisse fastigium, has autem, saeculis interdum praeterlapsis, ad illum demum perfectionis gradum pervenisse, quem hodie tenent.

X V I.

Praeclare dixit SIMON STYL (Opk. en Bloei der Vereen. Nederl.) » *Door ge-*
» *durige rampen wordt het menschdom geoefend en genoopt, om onop-*
» *houdelijk het allernuttigste gebruik van zijne vermogens te maken;*
» *en het is dus, dat men niet zelden van de ongenade der natuur nog*
» *wenschelijker vruchten trekt, dan van hare liefelijkste weldaden.*"